



# Etude du rayonnement acoustique de structures solides: vers un système d'imagerie haute résolution.

Nicolas Quieffin

## ► To cite this version:

Nicolas Quieffin. Etude du rayonnement acoustique de structures solides: vers un système d'imagerie haute résolution.. Physique [physics]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2004. Français. NNT: . pastel-00000940

**HAL Id: pastel-00000940**

**<https://pastel.archives-ouvertes.fr/pastel-00000940>**

Submitted on 3 Jan 2005

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de doctorat de l'Université  
Paris VI – Pierre et Marie CURIE

Spécialité :  
Acoustique Physique

présentée par  
**Nicolas Quieffin**

pour obtenir le grade de DOCTEUR de l'UNIVERSITE PARIS 6

Sujet de la thèse :

**Etude du rayonnement acoustique de structures solides :  
vers un système d'imagerie haute résolution.**

*Soutenue le 6 Décembre 2004 devant le jury composé de messieurs :*

|                  |                    |
|------------------|--------------------|
| Mathias Fink     | directeur de thèse |
| Olivier Legrand  | rapporteur         |
| Xavier Lurton    | rapporteur         |
| Stefan Catheline | examineur          |
| Pascal Challande | examineur          |
| Pascal Laugier   | examineur          |



## Remerciements

Mes premiers remerciements vont à mon directeur de thèse, Mathias Fink, pour son accueil au Laboratoire Ondes et Acoustique et pour la confiance qu'il m'a accordée. Mes remerciements vont également à Stefan Catheline et à Ros Kiri Ing, qui m'ont encadré pendant ces trois années. Merci à tous les trois pour votre disponibilité et vos précieux conseils.

Je remercie M. Olivier Legrand et M. Xavier Lurton d'avoir lu avec attention mon manuscrit de thèse et d'en avoir rédigé le rapport. Je n'oublierai pas la qualité des échanges qu'ils ont su entretenir, aussi agréables que fructueux. Je remercie également MM. Pascal Challande et Pascal Laugier d'avoir accepté de faire partie de mon jury de thèse.

Que ce soit sur un pas de porte ou autour d'un café bien serré, j'ai beaucoup appris au cours d'intéressantes discussions avec les membres du laboratoire. Je tiens particulièrement à saluer trois d'entre eux pour leur générosité à mon égard en conseils et autres astuces : Arnaud Derode, Julien de Rosny et Michaël Tanter.

Pendant ces trois années de thèse, l'ambiance du Laboratoire Ondes et acoustique a toujours été chaleureuse : on aborde, de ce fait, la journée de travail avec le sourire. Je remercie chacun des membres du laboratoire pour leur contribution à ce bien-être quotidien.



# Sommaire

|   |    |
|---|----|
| Introduction .....  | 7  |
| Chapitre 1 : Retournement Temporel des ondes acoustiques et milieux réverbérants..... | 11 |
| 1. Le Retournement Temporel .....   | 15 |
| 1.1. Inversion du temps .....   | 15 |
| 1.2. La Cavité    Retournement Temporel .....  | 17 |
| 1.3. Le Miroir    Retournement Temporel .....   | 20 |
| 2. Retournement Temporel dans un guide d'onde .....                                   | 21 |
| 3. Retournement Temporel dans une cavité chaotique fermée .....                     | 24 |
| 3.1. Résultats expérimentaux .....  | 24 |
| 3.2. Effet kaléidoscopique et ergodicité .....                                      | 27 |
| 4. Cavité réverbérante 3D ouverte : vers une sonde d'imagerie ?.....               | 28 |
| Annexe A : Ergodicité et chaos.....  | 37 |
| Chapitre 2 : Résolution spatiale et Retournement Temporel Synthétique .....         | 39 |
| 1. Retournement Temporel et corrélation .....  | 42 |
| 2. Une première approche expérimentale.....   | 44 |
| 2.1. Influence de la géométrie de la cavité .....                                  | 44 |
| 2.2. Influence de la durée de la fenêtre de Retournement Temporel.....              | 46 |
| 2.3. Ouverture   quivalente .....   | 47 |
| 3. Retournement Temporel Synthétique.....  | 49 |
| 4. Discussion .....   | 55 |
| 5. Conclusion.....  | 60 |
| Annexe B : Intégrale de Rayleigh dans le domaine temporel .....                      | 62 |
| Chapitre 3 : Contraste.....   | 65 |
| 1. Définition du contraste expérimental .....                                       | 68 |
| 2. Contraste dans une cavité : l'approche théorique.....                            | 73 |
| 2.1. Atténuation de la réponse impulsionnelle : $\tau_a$ .....                      | 73 |
| 2.2. Temps de Heisenberg et densité modale .....                                     | 74 |
| 2.3. Expression théorique du contraste.....  | 75 |
| 3. Contraste sans atténuation : $T_H \ll \tau_a$ .....                               | 76 |
| 4. Contraste avec atténuation : $\tau_a \ll T_H$ .....                               | 80 |
| 5. Amélioration du contraste .....   | 84 |

|   |     |
|---|-----|
| 5.1 Filtre Inverse à une seule source .....                               | 84  |
| 5.2. Sensibilité du système d'acquisition .....                           | 93  |
| 5.3. Influence du nombre de transducteurs .....                           | 94  |
| 6. Conclusion.....  | 101 |
| Annexe C : calcul complet du contraste.....                               | 103 |
| 1. calcul de l'énergie du pic de recompression temporelle .....           | 103 |
| 2. niveau moyen d'énergie du bruit autour du pic de recompression .....   | 106 |
| 3. expression finale du contraste et extension à la cavité régulière..... | 110 |
| Chapitre 4 : Applications.....  | 115 |
| 1. Système échographique ultrasonore utilisant une cavité.....            | 118 |
| 1.1. Protocole de focalisation en réception .....                         | 118 |
| 1.2. Mode échographique : focalisation émission-réception.....            | 121 |
| 2. Le crâne humain : un outil de localisation du son ? .....              | 124 |
| 2.1. Limite de la localisation du son par temps de vol .....              | 124 |
| 2.2. Localisation de source sonore grâce au crâne .....                   | 127 |
| 3. Localisation d'impact et interface tactile .....                       | 132 |
| 3.1. Principe et matériel.....  | 134 |
| 3.2. Résolution et contraste .....  | 137 |
| 4. Conclusion.....  | 140 |
| Conclusion.....   | 141 |
| Bibliographie .....   | 145 |

# **Introduction**





## *introduction*

Les systèmes d'imagerie échographique actuels exploitent la mesure du temps de vol et d'amplitude des ondes acoustiques rétrodiffusées par les hétérogénéités du milieu étudié. Connaissant la vitesse de propagation des ondes dans le milieu, cette mesure permet d'accéder à la profondeur de ces hétérogénéités et à leur réflectivité. Les deux applications reines de ces systèmes d'imagerie acoustique sont le contrôle non destructif de pièces solides et l'imagerie médicale. Dans les deux cas, le système d'imagerie échographique est constitué de sondes, composées de nombreux transducteurs, grâce auxquelles l'émission et la réception des ondes ultrasonores sont contrôlées. Les sondes linéiques (1 dimension), qui sont les plus utilisées par les systèmes d'imagerie médicale, comportent typiquement 128 transducteurs alignés et sont capables de focaliser les ondes ultrasonores dans un plan. L'échographe utilisant ce type de sonde permet donc d'imager une tranche du milieu étudié. Récemment des sondes surfaciques (réseau 2 dimensions) ont été développées dans le but de focaliser les ondes ultrasonores dans un volume et ainsi de générer des images d'un volume 3D du milieu étudié. Ces sondes sont constituées de plusieurs milliers de transducteurs, reliés à une électronique multiplexée, qui ne peut pas encore piloter chacun des transducteurs de façon indépendante. La réalisation d'un tel système d'imagerie s'avère délicate et le prix de fabrication reste pour l'instant élevé.

Au cours de cette thèse, nous étudions les performances d'un système d'imagerie ultrasonore n'utilisant qu'un ou deux transducteurs. Ce système est basé sur l'exploitation du rayonnement acoustique d'une structure solide et sur le processus de Retournement Temporel. Ce manuscrit relatant ce travail s'articule en quatre chapitres.

Dans un premier temps nous rappellerons les principes fondamentaux du concept de Retournement Temporel ainsi que les différentes étapes qui ont abouti à la réalisation des expériences de renversement du temps dans le domaine des ultrasons. L'intérêt expérimental du procédé de Retournement Temporel réside, entre autres, dans la possibilité de focaliser des ondes ultrasonores dans des milieux qui ne se prêtent pas à la focalisation classique par loi de retard. Dans une situation extrême, le Retournement Temporel permet de focaliser des ondes acoustiques au sein d'une cavité réverbérante de géométrie chaotique, à l'aide d'un unique transducteur. C'est cette propriété que nous allons exploiter, et adapter au cas d'une cavité qui rayonne une partie de l'énergie acoustique, dans le milieu à explorer. C'est par l'intermédiaire des fuites de cette cavité que l'on peut focaliser les ondes acoustiques en n'importe quel point d'un volume 3D extérieur, au moyen d'un seul transducteur.

Le deuxième chapitre sera consacré, dans un premier temps, au développement du formalisme permettant d'étudier les performances de la sonde à Retournement Temporel formée d'une cavité solide et d'un unique transducteur. La distribution d'énergie acoustique

dans le milieu, suite à une focalisation par Retournement Temporel, est décrite grâce aux produits d'intercorrélation des réponses impulsionnelles de chaque point. La qualité de la focalisation est donc d'autant meilleure que chaque point possède une signature acoustique unique, décorrélée des autres. Apparaît alors une caractéristique importante de la cavité qui est la propriété de mélange des ondes acoustiques. Dans un second temps, une série d'expériences simples montrent l'influence de la géométrie d'une cavité solide, ainsi que l'influence la durée du signal retourné temporellement sur la focalisation. Puis une étude plus rigoureuse de la taille de la tache focale à mi-hauteur mène au concept d'ouverture équivalente du système : la taille de la tache focale ne dépend plus des dimensions du transducteur, mais des dimensions de la face avant de la cavité. Enfin, nous montrerons comment le principe d'Huygens-Fresnel permet de simplifier le protocole de focalisation dans un domaine 3D, en exploitant judicieusement cette ouverture 2D.

Le troisième chapitre traite du rapport signal sur bruit de la focalisation qui définit le contraste de l'image finale. Une théorie, basée sur une analyse spectrale, met en évidence l'influence sur le contraste des caractéristiques inhérentes à la cavité, tel son temps de Heisenberg, son temps d'atténuation et sa capacité de mélange, de la bande passante fréquentielle du transducteur employé ainsi que la durée de l'émission lors du retournement temporel. Cette théorie nous a également permis de comprendre, d'une part les mécanismes qui conduisent le Filtre Inverse à des contrastes de focalisation supérieure à celle du Retournement Temporel, et d'autre part, l'amélioration que peuvent apporter des transducteurs supplémentaires.

Enfin le quatrième chapitre expose les applications des concepts définis dans les chapitres précédents dans trois domaines différents. Premièrement, une source ultrasonore, mobile devant la cavité, est localisée grâce au processus de focalisation en réception par Retournement Temporel. Puis, en appliquant cette technique dans une gamme de fréquences audible, nous montrerons comment le crâne humain peut constituer une cavité réverbérante et participer au processus de localisation de son par l'Homme. Toujours dans le domaine des fréquences audibles, cette technique peut également être utilisée pour localiser des impacts. En particulier, nous avons développé un système de localisation d'impacts générés par un doigt tapant sur un objet, dans le but de transformer tout objet de la vie quotidienne en interface tactile.

**Chapitre 1 : Retournement Temporel  
des ondes acoustiques et milieux  
réverbérants**

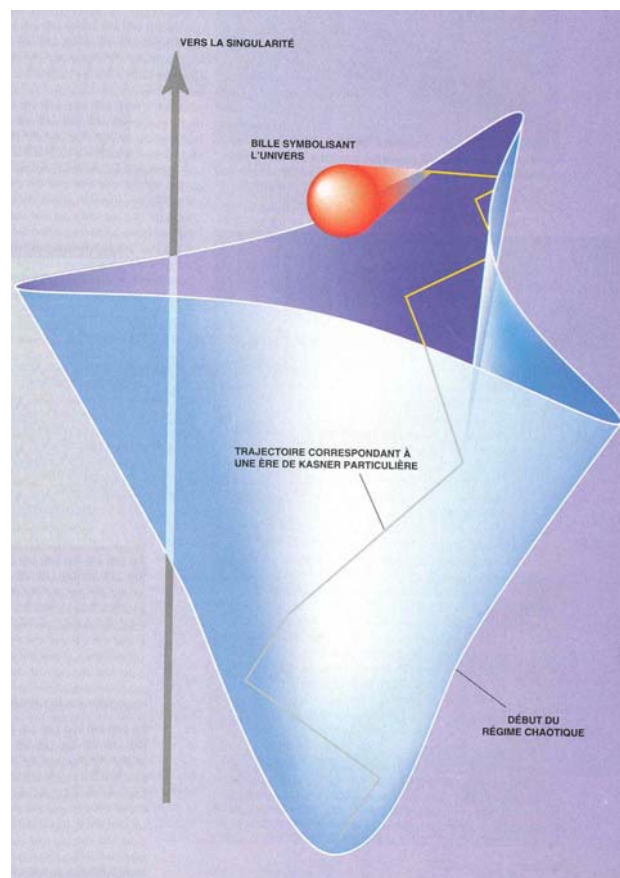


Dans l'article intitulé « La singularité voilée »<sup>1</sup>, Jérôme Perez et Jean-Michel Alimi nous expliquent que « ...la singularité initiale, le Big Bang, est isolée car la relativité générale masque cet étrange événement en introduisant le chaos à l'origine de l'univers ». Représentée sur la figure 1.1, cette évolution chaotique est formée d'une suite d'états cosmiques, apparemment imprévisibles, et constituerait une sorte de censure à laquelle serait confronté quiconque voudrait remonter le temps pour percevoir la naissance de l'univers. « L'évolution d'un univers homogène, mais anisotrope, vers sa singularité initiale peut être modélisée par celle d'une bille en mouvement dans un billard dont les contours sont en expansion et se déforment. Chaque portion rectiligne de la trajectoire de la bille correspond à un état particulier de l'univers, nommé ère de Kasner. Loin de la singularité (bas de la figure), la bille rebondit à l'intérieur d'un billard elliptique où son mouvement est temporairement prédictible. Plus près de la singularité, les bandes du billard deviennent hyperboliques et les rebonds de la bille, tout comme l'évolution de l'univers, deviennent chaotiques » [ Pour la science, 298 ]. Dans notre laboratoire aux vues bien plus modestes, une machine, mise au point en 1989, permet aux ondes acoustiques de remonter le temps sur quelques instants : le Miroir à Retournement Temporel. Dernièrement, grâce à cette machine, les ondes acoustiques ont rebroussé chemin dans des milieux complexes, y compris dans des milieux chaotiques.

Le principe du Retournement Temporel des ondes repose sur l'invariance de l'équation de propagation d'ondes par renversement du temps : cette invariance autorise une onde à se rétropropager de telle sorte qu'elle peut rejouer la scène « aller » de sa propagation mais à rebours. Concrètement, l'opération de Retournement Temporel des ondes consiste donc à définir les conditions pour qu'un champ ondulatoire se propage à l'inverse de sa trajectoire initiale. Ces conditions ont été définies dans le cadre du concept de la Cavité à Retournement Temporel. Celle-ci permet d'enregistrer un champ acoustique sur la surface qui entoure le milieu de propagation puis de r  mettre la version retournée temporellement de ce champ. Le champ acoustique ainsi r  mis se propage au travers du milieu, selon l'évolution inverse de sa propagation initiale. Malheureusement, à cause du grand nombre de capteurs nécessaires à une telle opération, il est impossible d'un point de vue expérimental de réaliser cette Cavité    Retournement Temporel. C'est pourquoi les expériences classiques de Retournement Temporel réalisées au laboratoire s'effectuent au moyen de réseaux acoustiques d'ouverture limitée. Une telle sonde associée à son électronique constitue alors un Miroir    Retournement Temporel. Si la limitation d'ouverture permet la réalisation concrète du Miroir    Retournement Temporel, elle en est également la principale restriction, car elle s'accompagne inévitablement d'une perte d'information.

Cette perte d'information peut être partiellement évitée si la scène ondulatoire a lieu au sein d'une cavité réverbérante dont la géométrie est ergodique. La propriété d'ergodicité de la cavité assure qu'un unique capteur, collectant ces échos, suffit à capter les informations nécessaires à une expérience de Retournement Temporel. Exploitant cette idée, des expériences de Retournement Temporel d'ondes de plaque ont été effectuées au laboratoire sur une galette de silicium en forme de disque tronqué.

Enfin le principe de Retournement Temporel d'ondes acoustiques est adapté à l'utilisation d'une cavité ouverte, formée d'un solide en 3 dimensions immergé dans un milieu fluide. L'énergie acoustique injectée dans de telles cavités se réfléchit multiples fois à l'intérieur de la cavité, mais est également rayonnée à l'extérieur du solide. En appliquant le procédé de focalisation de Retournement Temporel, l'énergie acoustique peut donc être focalisée en n'importe quel point d'un volume du milieu extérieur, au moyen d'un seul transducteur. Finalement une cavité rayonnante munie de cet unique transducteur, et exploitée selon un protocole adapté pourrait devenir une sonde d'imagerie acoustique 3 dimensions.



*figure 1. 1 : L'évolution d'un univers homogène vers sa singularité initiale peut être modélisée par celle d'une bille en mouvement dans un billard dont les contours sont en expansion et se déforment.*

## 1. Le Retournement Temporel

### 1.1. Inversion du temps

L'inversion du temps d'un système classique composé de plusieurs particules consiste à trouver les conditions nécessaires pour qu'à l'issue d'une scène aller, les particules parcourent leurs trajectoires à l'inverse jusqu'à retrouver leurs positions initiales.

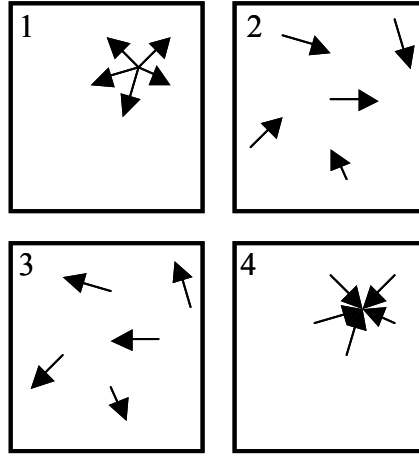


figure 1. 2 : Description particulière du processus de Retournement Temporel. 1 divergence de 5 particules, 2 arrêt de la scène en  $t_0$ , 3 inversion des vecteurs vitesses et 4 retour à la position initiale.

Considérons  $N$  particules de masse  $m_i$  évoluant dans un billard fermé. La position de chaque particule  $i$  est donnée par  $\vec{q}_i(t)$ . Pour un système conservatif, le jeu des  $N$  équations de mouvement s'écrit :

$$m_i \frac{d^2}{dt^2} \vec{q}_i = -\vec{\nabla}_{\vec{q}_i} \cdot U(\vec{q}_1, \vec{q}_2, \dots, \vec{q}_N) \quad (1.1)$$

où  $U$  est la fonction qui décrit l'énergie potentielle du système. L'absence d'une dérivée première par rapport au temps, entraîne que si  $\vec{q}_i(t)$  est solution de l'équation précédente, alors  $\vec{q}_i(-t)$  l'est également. L'équation (1.1) est donc invariante sous l'action de l'opérateur



inversion du temps  $T$  qui transforme  $t$  en  $-t$ . Il est alors théoriquement possible de faire rejouer la scène aller  $\vec{q}_i(t)$  aux particules mais en sens inverse  $\vec{q}_i(-t)$ .

Si la scène aller se déroule du temps 0 au temps  $t_0$ , il faut, pour inverser temporellement cette scène, fixer les positions de chaque particule  $\vec{q}_i(t_0)$  et leur imposer de nouvelles conditions initiales, qui engendreront leurs trajectoires inverses. L'équation qui régit le mouvement étant du deuxième ordre, il suffit d'imposer à chaque particule deux nouvelles conditions initiales :  $\vec{q}'_i(t_0) = T \cdot \vec{q}'_i(t_0)$  pour la position et  $\vec{v}'_i(t_0) = T \cdot \vec{v}_i(t_0)$  pour la vitesse. Or la vitesse est définie comme la dérivée première de la position par rapport au temps. On en déduit que  $\vec{v}'_i(t_0) = -\vec{v}_i(t_0)$ . Au temps  $t_0$ , il « suffit » donc de renvoyer chacune des particules, avec leur vecteur vitesse inversé, pour les voir rebrousser chemin, jusqu'à ce qu'elles retrouvent leurs positions initiales après un temps écoulé de nouveau égal à  $t_0$ . La figure 1.2 schématise les différentes étapes du retournement temporel de 5 particules confinées dans un billard rectangulaire. Initialement groupées, elles divergent de ce point, rebondissent sur les parois, s'entrechoquent. Si à l'instant  $t_0$ , il était possible de figer la scène, et d'inverser le vecteur vitesse de chaque particule, elles reprendraient exactement le chemin inverse jusqu'à retrouver sa position d'origine.

Les systèmes classiques ne sont pas les seuls à posséder la propriété d'invariance par inversion du temps. Les ondes vérifient également cette propriété, pourvu que l'on puisse négliger les phénomènes de dissipation et les flux de matière.

Une onde acoustique est décrite par son potentiel acoustique  $\Phi(\vec{r}, t)$ , que nous allons supposer scalaire pour simplifier les propos. Les conclusions sont généralisables dans le cas de fonctions vectorielles. L'équation de propagation de cette onde dans un milieu fluide non dissipatif s'écrit comme suit :

$$\rho_0(\vec{r}) \nabla \cdot \left( \frac{1}{\rho_0(\vec{r})} \nabla \Phi(\vec{r}, t) \right) = \frac{1}{c_0(\vec{r})} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Phi(\vec{r}, t) \quad (1.2)$$

où  $c_0(\vec{r})$  et  $\rho_0(\vec{r})$  décrivent les distributions spatiales de vitesse du son et de densité du milieu au repos.

Cette équation ne contient que des dérivées temporelles d'ordre 2, si bien qu'elle est invariante sous l'action de l'opérateur  $T$  de la même façon qu'en mécanique classique. Ainsi

si  $\Phi(\vec{r}, t)$  est solution de cette équation (pour  $t > 0$ ),  $\Phi(\vec{r}, -t)$  l'est aussi (pour  $t < 0$ ). Si l'on veut retourner temporellement le champ  $\Phi(\vec{r}, t)$  il faut trouver le moyen de générer la seconde solution  $\Phi(\vec{r}, -t)$ . De la même façon qu'en mécanique classique, à un instant  $t_0$ , il suffit d'imposer le champ  $\Phi(\vec{r}, -t_0)$  ainsi que sa dérivée temporelle  $\frac{\partial \Phi(\vec{r}, -t_0)}{\partial t} = -\frac{\partial \Phi(\vec{r}, t_0)}{\partial t}$  en chaque point du champ. Malheureusement si un tel retournement temporel s'avère possible formellement, il paraît bien difficile de le réaliser expérimentalement. Dans le but d'aboutir à une réalisation concrète d'expériences de retournement temporel des ondes acoustiques, le concept de Cavité    Retournement Temporel a été développé par D. Cassereau et M. Fink<sup>2</sup>.

## 1.2. La Cavité    Retournement Temporel

Ce concept de Cavité    Retournement Temporel repose sur la formulation intégrale de l'équation de propagation (appelé aussi le théorème de Helmholtz-Kirchhoff). Cette formulation permet de déduire le champ acoustique dans tout un volume uniquement à partir de la mesure de ce champ et de sa dérivé normale sur la surface qui l'entoure. Exploitant cette propriété, l'opération de Retournement Temporel d'un champ ne consiste plus à inverser le champ acoustique en tout point du volume considéré, mais seulement sur la surface délimitant ce volume.

La formulation intégrale de l'équation de propagation, en l'absence de sources dans le volume, décrit le champ  $\Phi(\vec{r}, t)$     l'intérieur du volume comme l'intégrale de ce champ sur la surface  $S$  qui entoure le volume :

$$\Phi(\vec{r}, t) = \oiint_S \left[ G(\vec{r}_s, \vec{r}, t) \otimes_t \frac{\partial \Phi(\vec{r}_s, t)}{\partial n_s} - \frac{\partial G(\vec{r}_s, \vec{r}, t)}{\partial n_s} \otimes_t \Phi(\vec{r}_s, t) \right] dS. \quad (1.3)$$

Dans cette équation,  $n_s$  est la normale à la surface  $S$  point  e vers l'extérieur et  $\otimes$  représente un produit de convolution par rapport au temps. La fonction  $G(\vec{r}_s, \vec{r}, t)$  est la fonction de Green du milieu de propagation reliant le champ acoustique des points  $\vec{r}_s$  et  $\vec{r}$ . Cette fonction de Green est définie comme la solution de l'équation de propagation avec un terme source ponctuel en espace et en temps du type  $\delta(t) \cdot \delta(\vec{r}_s - \vec{r})$ . A partir de l'équation (1.3), le champ

issu d'une Opération de Retournement Temporel  $\Phi^{RT}(\vec{r}, t)$  se déduit donc du champ  $\Phi(\vec{r}_s, -t)$  sur la surface  $S$  de la cavité.

$$\Phi^{RT}(\vec{r}, t) = \oint_S \left[ G(\vec{r}_s, \vec{r}, t) \otimes_t \frac{\partial \Phi(\vec{r}_s, -t)}{\partial n_s} - \frac{\partial G(\vec{r}_s, \vec{r}, t)}{\partial n_s} \otimes_t \Phi(\vec{r}_s, -t) \right] dS \quad (1.4)$$

Cette équation peut s'interpréter physiquement grâce aux deux schémas suivants. Ces schémas représentent les deux phases d'une opération de Retournement Temporel d'un champ acoustique au moyen d'une Cavité à Retournement Temporel.

### 1<sup>ère</sup> phase : enregistrement du champ sur la surface de la cavité

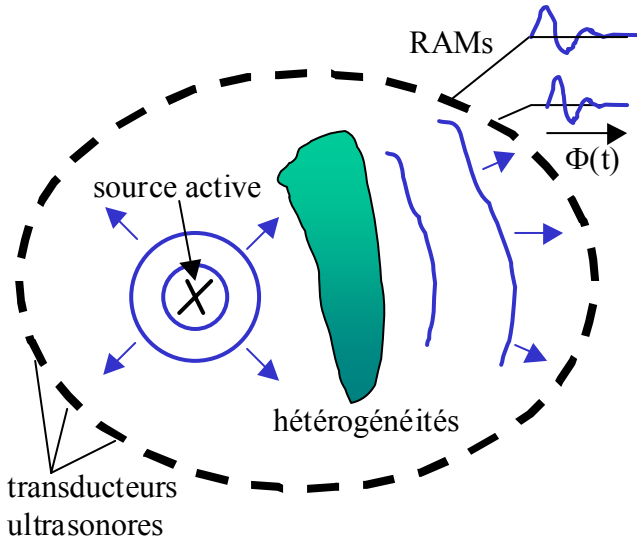


figure 1. 3 : enregistrement de la scène aller avec la cavité à Retournement Temporel

Une source située à l'intérieur de la cavité émet une impulsion acoustique dans un milieu qui peut être hétérogène. L'onde sphérique générée se réfléchit et se diffracte de manière complexe au passage dans le milieu hétérogène. Lorsque l'onde atteint la surface  $S$  le champ  $\Phi(\vec{r}_s, t)$  et sa dérivée normale  $\frac{\partial \Phi(\vec{r}_s, t)}{\partial n_s}$  sont mesurés par des transducteurs, puis mis en mémoire. La phase d'acquisition s'arrête lorsqu'il n'y a plus d'énergie à l'intérieur de la cavité.

## 2<sup>de</sup> phase : réémission du champ retourné temporellement

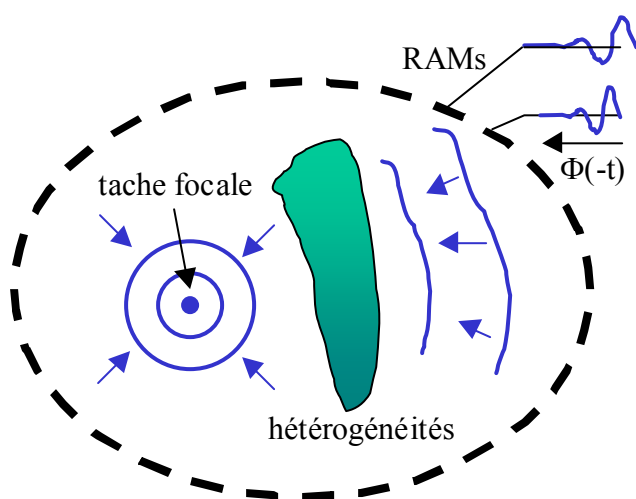


figure 1. 4 : Réémission du champ et de sa dérivée. La tache focale atteint les limites de la diffraction

Les versions retournées temporellement du champ  $\Phi(\vec{r}_s, -t)$  et de sa dérivée normale  $\frac{\partial \Phi(\vec{r}_s, -t)}{\partial n_s}$  sont réémises par chaque transducteur de la surface dans le milieu.

D'après l'équation 1.4, le champ engendré à l'intérieur de la cavité est égal à  $\Phi(\vec{r}, -t)$  pendant la durée de réémission. Cette onde rétropropagative converge donc vers son point source initial.

Grâce à la réémission du champ et de sa dérivée normale sur toute la surface qui entoure de manière continue le point focal, le processus de Retournement Temporel dans la cavité atteint la limite classique de la diffraction. Le champ retourné temporellement converge vers le point source initial et forme une tache focale dont le diamètre à mi-hauteur tend vers la demi-longueur d'onde  $\lambda/2$ .

Malheureusement si ce concept de Cavity à Retournement Temporel permet théoriquement aux ondes acoustiques de parcourir leurs trajectoires initiales à l'inverse, en pratique cette cavité s'avère difficilement réalisable dans le domaine des ondes ultrasonores. D'après le critère de Shannon, un champ ultrasonore et sa dérivée normale sont correctement échantillonnés spatialement si la distance qui sépare deux transducteurs est inférieure à la demi-longueur d'onde. Supposons que l'on désire créer une petite cavité sphérique, immergée dans l'eau, dont la surface est recouverte de transducteurs fonctionnant à la fréquence centrale de 1MHz. La longueur d'onde moyenne correspondant à ces fréquences est de 1,5 mm. Ainsi les transducteurs ne devront pas être espacés de plus de 0,75 mm, ce qui implique, pour une cavité d'une dizaine de centimètres de diamètre, la présence de plus de 1700 transducteurs reliés chacun à une électronique propre !

Pour réaliser concrètement des expériences de Retournement Temporel, la surface sur laquelle est enregistrée l'onde acoustique doit donc être réduite. Au Laboratoire Ondes et Acoustique, les expériences de Retournement Temporel sont réalisées au moyen de sondes

acoustiques classiques, composées de plusieurs transducteurs, dont l'ouverture totale est limitée. Une telle sonde associée à une électronique spécifique, c'est à dire capable de piloter chaque transducteur indépendamment des autres, forme alors un Miroir à Retournement Temporel.

### 1.3. Le Miroir à Retournement Temporel

Les Miroirs à Retournement Temporel utilisent des barrettes de transducteurs ultrasonores classiques. Ces barrettes peuvent être linéiques ou surfaciques, planes ou préfocalisées. Comme le rappelle la figure 1.5, le protocole de focalisation par retournement temporel reste le même que celui de la Cavité à Retournement Temporel et respecte les deux phases que sont l'enregistrement du champ et de sa dérivée, suivi de leur réémission.

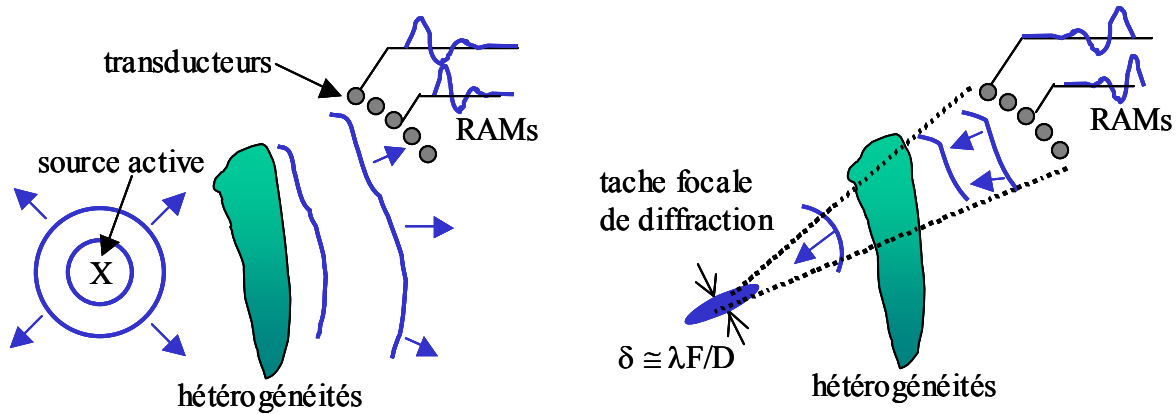


figure 1. 5. Principe de focalisation par Retournement Temporel sur une ouverture limitée

Si la diminution de l'ouverture angulaire permet la réalisation pratique de tels miroirs, elle en est également la principale limitation. Tandis que la cavité perçoit l'onde acoustique divergente sur  $4\pi$  stéradians pendant la première phase, le miroir, lui, enregistre l'onde sur l'ouverture finie du réseau de transducteurs ce qui induit inévitablement une perte d'information. Lors de la phase de réémission, seule une partie de l'onde peut être retournée temporellement et la qualité de focalisation se dégrade. Pour un milieu hétérogène de faible épaisseur, la largeur de la tache focale à mi-hauteur est donnée, selon les lois de la diffraction, par la longueur d'onde  $\lambda$  que multiplie l'ouverture angulaire  $F/D$  du réseau ( $F$  est la distance de la tache focale au réseau,  $D$  est la dimension du réseau).

Ces dernières années, l'utilisation de tels Miroirs à Retournement Temporel s'est développée dans plusieurs domaines d'application. Un de ces Miroirs, capable de focaliser des ultrasons de forte puissance, est utilisé comme lithotriteur et permet de suivre les résidus de calculs rénaux explosés afin de renouveler le traitement<sup>3</sup>. Un autre a permis le contrôle non-destructif de billettes de Titane<sup>4,5</sup> destinées à la fabrication d'axes de réacteur d'avion. Enfin un Miroir à Retournement Temporel comportant 200 transducteurs a été spécialement développé pour traiter par hyperthermie les tumeurs du cerveau<sup>6,7</sup> à travers le crâne humain de manière non invasive.

L'ouverture finie du Miroir à Retournement Temporel classique limite sa résolution. Néanmoins, il existe une configuration dans laquelle le procédé de Retournement Temporel permet d'accroître artificiellement cette ouverture.

## 2. Retournement Temporel dans un guide d'onde

La focalisation par Retournement Temporel dans un guide d'onde a été étudiée par Philippe Roux *et al.*<sup>8</sup> et par Ros Kiri Ing et Mathias Fink<sup>9,10</sup>. Ils ont exploité la configuration expérimentale présentée par la figure 1.6 dans laquelle le guide d'onde est constitué de deux barres métalliques situées de part et d'autre d'un Miroir à Retournement Temporel linéique multi-éléments. L'ensemble est immergé dans une cuve d'eau.

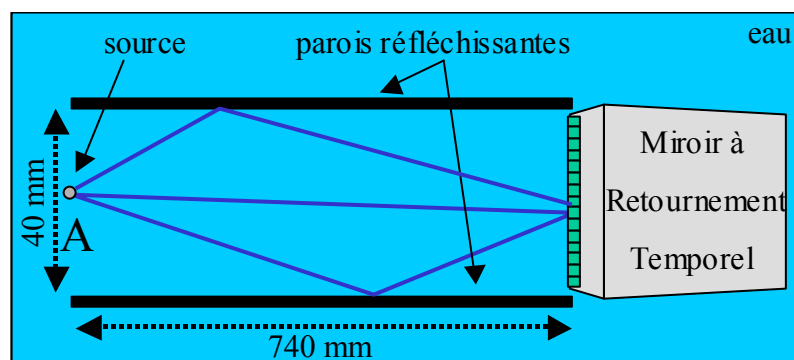


figure 1. 6. Schéma du guide d'onde

Quand une source quasi-ponctuelle, située à l'extrémité de ce guide d'onde (au point A), émet une impulsion ultrasonore, celle-ci se propage et se réfléchit contre les parois du guide. Le Miroir à Retournement Temporel enregistre alors un B-scan composé des réponses

impulsionnelles liant le point source  $A$  à chacun des transducteurs de la sonde. Un tel B-scan est tracé sur la figure 1.7. L'amplitude des réponses impulsionnelles est codée en niveau de couleur. Plusieurs rebonds de l'impulsion ultrasonore sur les parois du guide peuvent être clairement identifiés. Ainsi, tandis que l'impulsion initiale émise au point  $A$  ne dure qu'une microseconde, chaque réponse impulsionnelle, reliant le point  $A$  et un des transducteurs de la sonde, s'étire sur plus de 80  $\mu$ s.

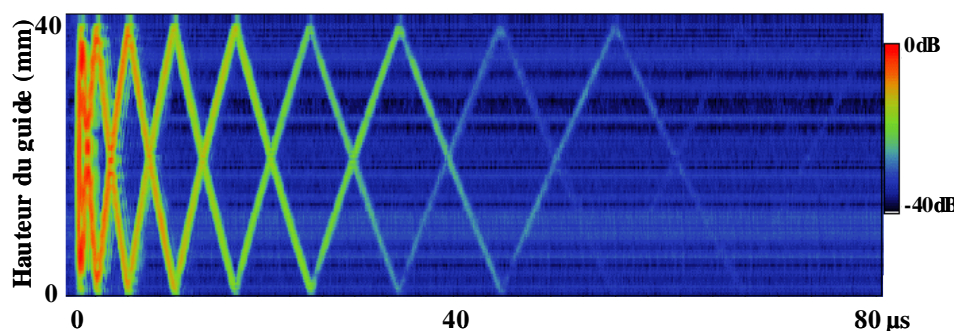


figure 1. 7. Champ acoustique perçu par la sonde linéique suite à l'émission d'une impulsion au point  $A$ .

Quand toutes ces réponses impulsionnelles sont retournées temporellement et réémises par le Miroir à Retournement Temporel dans le guide d'onde, le champ acoustique généré se réfléchit sur les parois selon le chemin inverse de la propagation initiale, et se refocalise au point d'émission de l'impulsion, le point  $A$ .

Un hydrophone aiguille translaté sur la largeur du guide d'onde permet de caractériser le champ focalisé sur une ligne du plan focal. L'amplitude de ce champ est tracée en fonction de la position de l'hydrophone (abscisse) sur la figure 1.8. Sur cette figure est également tracée l'amplitude d'un champ focalisé par loi de retard sur le Miroir, en l'absence du guide d'onde, c'est à dire en eau libre. La tache focale obtenue par focalisation par Retournement Temporel dans le guide d'onde est clairement plus fine que la tache focale obtenue en eau libre, avec la même sonde. L'ouverture effective de l'ensemble guide d'onde + Miroir à Retournement Temporel est donc supérieure à celle du Miroir seul.

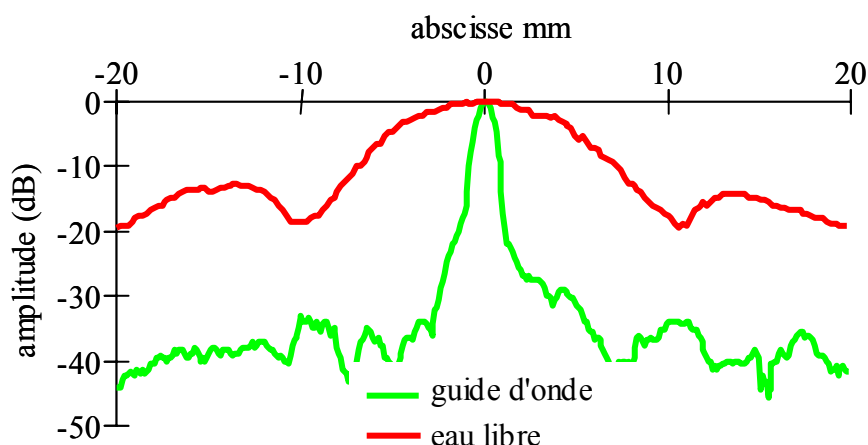


figure 1. 8. Profil de tache focale obtenue par focalisation classique en eau libre (rouge) et par focalisation par Retournement Temporel dans le guide d'onde(vert).

La figure 1.9 permet de comprendre comment l'ouverture peut être artificiellement accrue, grâce au principe des images virtuelles. Pour un observateur placé au point source  $A$ , le Miroir à Retournement Temporel peut être considéré comme une composition périodique d'images du Miroir réel. Chaque réflexion de l'onde acoustique sur les parois du guide d'onde correspond à un Miroir image. Si les réponses impulsionnelles sont formées de dix échos, alors l'ouverture effective de l'ensemble Miroir à Retournement Temporel + guide d'onde est dix fois plus large que l'ouverture réelle du Miroir à Retournement Temporel seul.

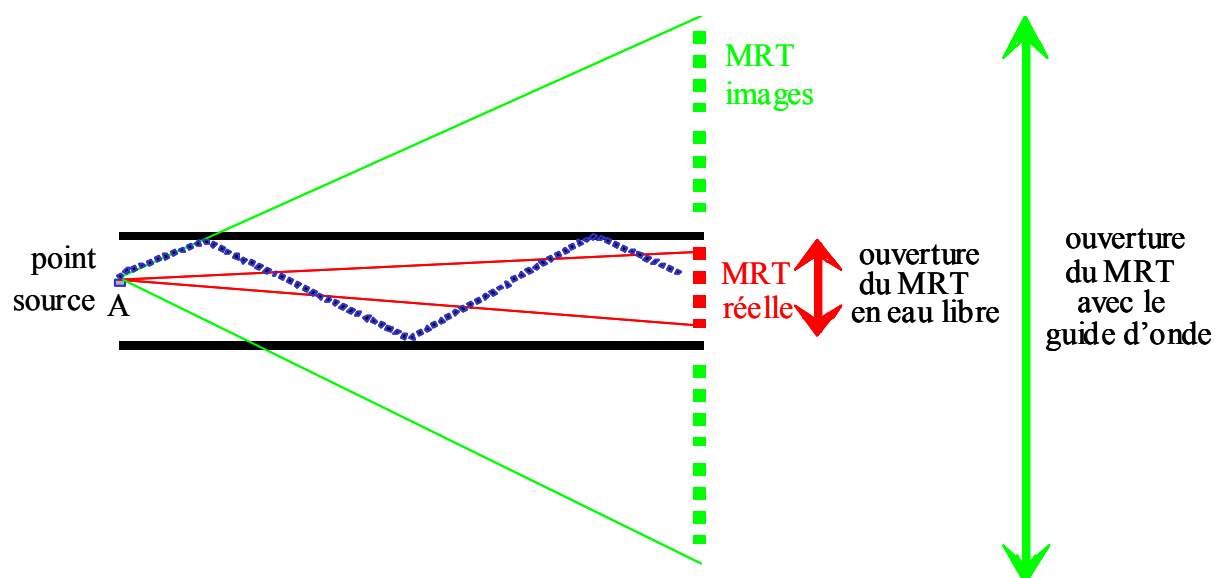


figure 1. 9. Elargissement artificiel de l'ouverture effective grâce aux MRT images



Cette technique est exploitée par différentes équipes dans le domaine de l'acoustique sous-marine, comme l'équipe de W. A. Kuperman *et al.*<sup>11</sup>. En effet, le chenal d'eau compris entre la surface de l'océan et les hauts fonds constitue, pour les fréquences classiques de l'acoustique sous-marine, de l'ordre des kiloHertz, un guide d'onde similaire à celui reconstitué en laboratoire. Ce chenal lui permet, comme au laboratoire, d'améliorer la qualité de focalisation des ondes acoustiques dans l'océan. Une des applications de ce procédé, en cours de développement, est l'optimisation des communications sous-marines acoustiques.

Nous venons de voir que le procédé de focalisation par Retournement Temporel exploite chaque réflexion d'une onde acoustique pour augmenter la résolution du système focalisant. Plus les ondes subissent de réflexions, meilleure est la résolution. Les milieux réverbérants sont donc des milieux de choix pour la focalisation par Retournement Temporel.

### **3. Retournement Temporel dans une cavité chaotique fermée**

#### **3.1. Résultats expérimentaux**

La propagation du son dans les milieux clos réverbérants a été étudiée en acoustique architecturale. Un son émis à l'intérieur d'une salle se propage, se réfléchit sur les murs et diffuse sur les obstacles si bien que le champ résultant de la superposition de ces multiples échos décroît lentement, même après extinction de la source. Sabine<sup>12</sup> caractérise cette décroissance du champ acoustique par le temps de réverbération, qui joue un rôle important dans l'étude de l'acoustique des salles. Suite aux multiples réflexions et autres diffusions, le champ acoustique réverbéré prend l'apparence d'un signal dont l'amplitude suit une distribution aléatoire. Néanmoins il est parfaitement reproductible. Les sismologues qualifient ce champ réverbéré de « coda » et commencent son étude systématique<sup>13,14</sup>. Nous allons voir que les informations contenues dans cette coda peuvent également être exploitées lors d'une expérience de Retournement Temporel.

Carsten Draeger et Mathias Fink<sup>15</sup> ont observé pour la première fois des codas, comparables à celles décrites précédemment, dans des plaques de silicium en forme de disque tronqué. Comme le montre la figure 1.10, les ondes acoustiques sont générées et détectées par des transducteurs transverses couplés à des pointes d'aluminium. Un des transducteurs émet

une courte impulsion ultrasonore (1,5 périodes d'une sinusoïde à 1 MHz) au point A qui se propage et se réfléchit sur les parois de la cavité. L'énergie acoustique est piégée à l'intérieur de cette cavité car la rupture d'impédance silice/air empêche presque tout rayonnement de cette énergie dans le milieu extérieur. L'autre transducteur collecte les échos au point B et fournit ainsi la réponse impulsionnelle qui relie le point d'émission A et le point de réception B que l'on écrit  $h_{AB}(t)$ .

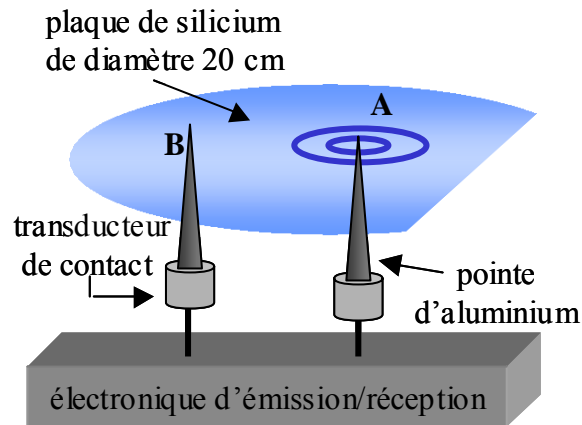


figure 1. 10. Dispositif expérimental de retournement temporel à une seule source

On peut noter que le système d'émission réception est ici monopolaire. C'est à dire que l'unique transducteur n'est pas capable d'enregistrer et d'émettre de manière indépendante le champ ultrasonore et sa dérivée normale comme c'est le cas des capteurs idéaux de la Cavité    Retournement Temporel, décrite dans le premier paragraphe. La réponse fournie par l'unique transducteur est en général une combinaison linéaire des deux quantités. La figure 1.11. présente une partie de la réponse impulsionnelle  $h_{AB}(t)$  fournie par le capteur monopolaire situé en B tandis qu'une impulsion est émise au point A.

Grâce aux multiples réflexions de l'onde sur les bords de la cavité, la coda s'étend sur plus de 8 ms alors que l'impulsion tirée initialement ne dure pas plus d'une microseconde. Une partie de cette réponse impulsionnelle est retournée temporellement et réémise au point B. Le champ résultant de cette émission est caractérisé grâce à un interféromètre optique hétérodyne sur un carré de 15 mm de côté autour du point d'émission de l'impulsion initiale (point A). La figure 1.12. montre l'évolution spatio-temporelle de ce champ acoustique.

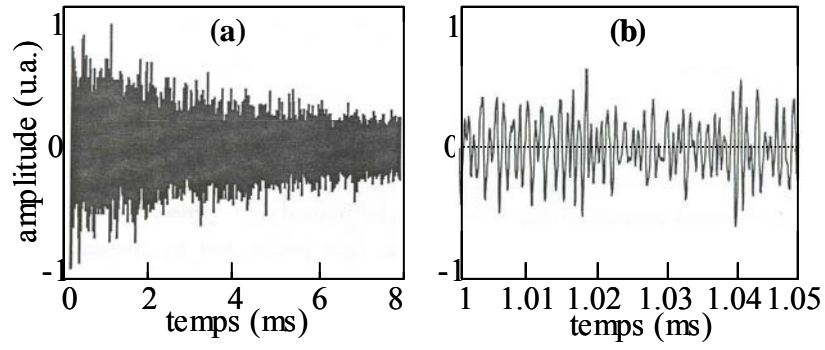


figure 1. 11. a) Extrait de la réponse impulsionnelle entre  $t=0$ ,  $t=8ms$ .  
b) Détail de la réponse impulsionnelle sur un intervalle de  $50\mu s$ .

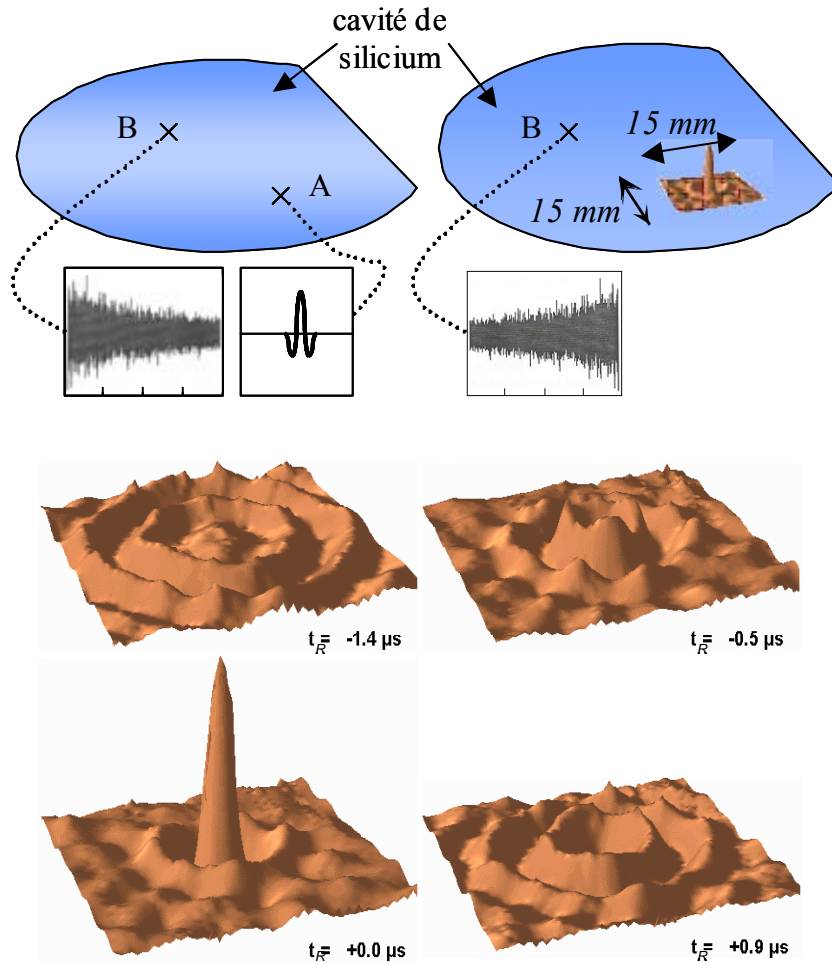


figure 1. 12. Evolution spatio-temporelle du champ autour du point de focalisation après émission de la version retournée temporellement de la réponse impulsionnelle  $h_{AB}(t)$

Une focalisation des ondes ultrasonores est observée au point d'émission de l'impulsion initiale (point  $A$ ). Le temps auquel cette focalisation se réalise est choisi comme origine des temps. La focalisation atteint de nouveau la limite de diffraction : le diamètre à mi-hauteur du pic de focalisation tend vers la demi-longueur d'onde  $\lambda/2$ . Ce pic de focalisation est d'ailleurs de symétrie circulaire, ce qui indique que le front d'onde convergent, donnant naissance à ce pic, provient de tout l'espace entourant le point focal (cf. figure 1.12. au temps  $t = -1,4\mu s$ ), comme c'était le cas lors de la focalisation « idéale » dans la Cavité    Retournement Temporel. Bien qu'une perte d'information spatiale soit inévitablement induite par l'utilisation d'un seul transducteur, elle est compensée par un accroissement de l'information temporelle, d   à aux multiples réflexions de l'onde sur les parois de la cavité. Ainsi le concept théorique de Cavité    Retournement Temporel a pris corps grâce à l'utilisation de cavité réverbérante.

### **3.2. Effet kaléidoscopique et ergodicité**

Ce résultat de focalisation peut s'interpréter grâce à la théorie des images virtuelles du Miroir    Retournement Temporel, comme dans le cas du guide d'onde développé dans le paragraphe 2 de ce chapitre. La réponse impulsionnelle acquise dans la cavité de Carsten Draeger s'étire sur plus 8 ms, tandis que l'impulsion initiale ne dure pas plus d'une microseconde. L'onde acoustique a donc subi plusieurs milliers de réflexions sur les parois de la cavité. La réponse impulsionnelle peut alors se décomposer en la superposition d'impulsions provenant de plusieurs milliers de transducteurs virtuels, images de l'unique transducteur réel : c'est l'effet kaléidoscopique ultrasonore.

Néanmoins, pour parvenir à un résultat de focalisation optimal, la géométrie de la cavité doit lui conférer quelques propriétés. Un graphique qui présente l'évolution d'un rayon acoustique se réfléchissant dans la cavité, en termes d'abscisse curviligne de la position de l'impact de ce rayon sur le contour de la cavité et de son angle de réflexion, représente l'espace des phases du système<sup>33</sup>. De plus un transducteur virtuel peut être associé à chacune des réflexions du rayon. La figure 1.13 montre les positions des transducteurs virtuels, déduits des 10 premières réflexions du rayon : elle est donc une autre illustration possible de l'espace des phases du système. Grâce aux propriétés du contour de la cavité, ces dix transducteurs, ainsi que les transducteurs virtuels suivants, sont répartis en moyenne, de manière homogène dans l'espace. L'espace des phases de la cavité utilisée par Carsten Draeger est donc parcouru

de manière homogène : par définition, cette cavité possède la propriété d'ergodicité (cf. annexe A). C'est grâce à cette propriété d'ergodicité que le processus de Retournement Temporel parvient à reconstituer un front convergent sphérique complet, donnant naissance au pic de focalisation optimal.

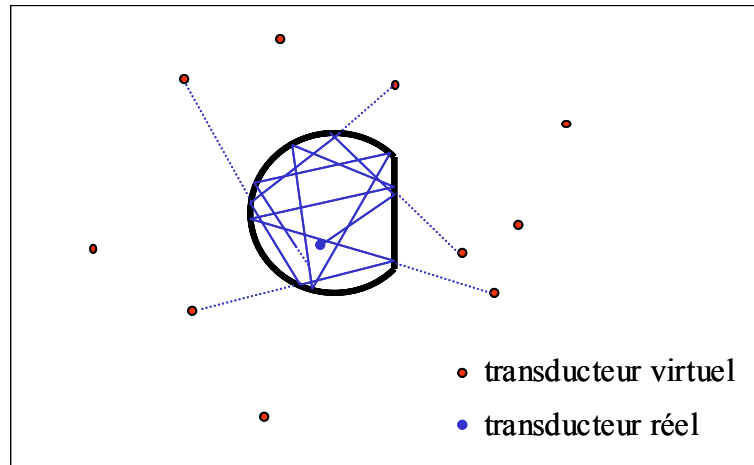


figure 1. 13. Effet kaléidoscopique dans une cavité ergodique

Ne pourrions nous pas adapter ce procédé, profiter de la capacité de focalisation, tandis que peu de ressources sont nécessaires (un seul transducteur, une seule électronique), pour développer de nouvelles sondes d'imagerie ultrasonore économiques ?

#### 4. Cavité réverbérante 3D ouverte : vers une sonde d'imagerie ?

Certains systèmes d'échographie actuels utilisent le plus souvent des sondes composées de plusieurs transducteurs. Les barrettes 1D comportent typiquement 128 éléments alignés et sont capables de focaliser les ultrasons dans un plan, donc de fournir des images de ce plan. Dans le but d'imager un volume 3D, des barrettes 2D, qui sont capables de focaliser les ondes acoustiques en n'importe quel point de ce volume, ont été développées. Elles peuvent comporter jusqu'à plusieurs milliers de transducteurs reliés à une électronique complexe. Nous proposons donc de remplacer ces sondes par un solide ergodique muni de quelques (voire un seul) transducteurs mis en contact avec le milieu à explorer. On simplifie ainsi l'électronique tout en conservant l'aptitude du système à focaliser les ondes acoustiques dans un volume. Le solide fait office de cavité réverbérante, dont une des faces est en contact

avec le milieu fluide. Ce sont les fuites de cette cavité qu'on utilise pour focaliser au sein du fluide.

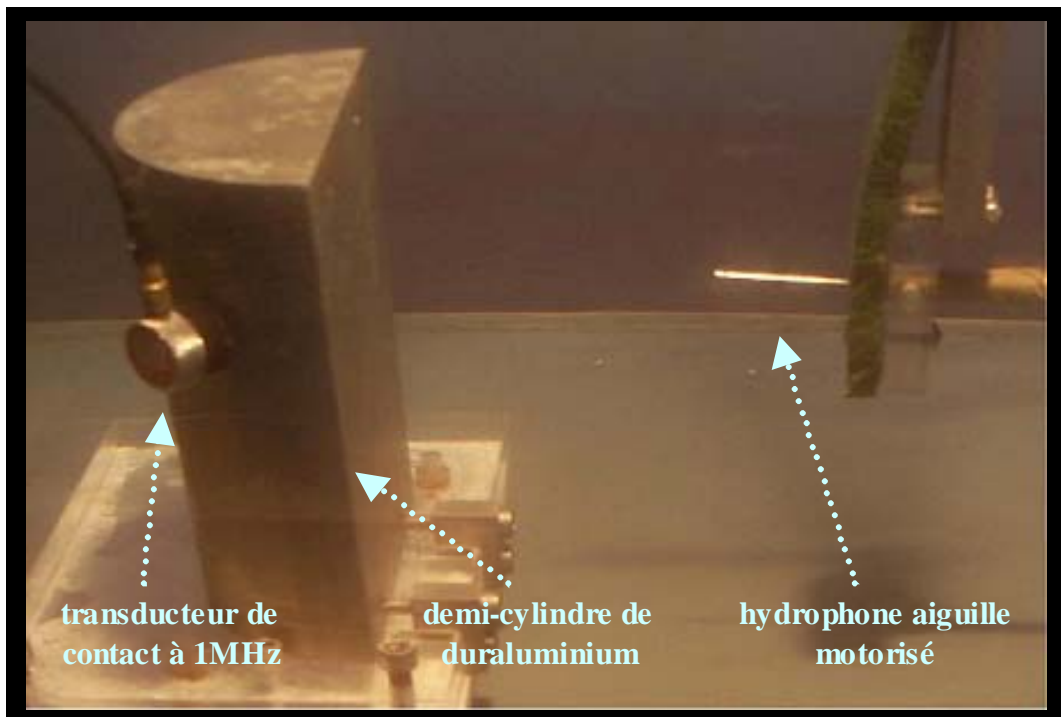


figure 1. 14. Photographie du matériel expérimental. Le transducteur de contact et l'hydrophone aiguille sont reliés à une électronique d'émission /réception pilotée par un ordinateur.

Les premiers résultats de focalisation à l'extérieur de la cavité ont été obtenus avec la configuration expérimentale représentée sur la photographie (figure 1.14). Le transducteur de contact possède une bande passante d'environ 1 MHz autour de la fréquence centrale de 1 MHz. Il est maintenu en contact sur la surface de la cavité grâce à une fine couche de Salol (Phényl-Salicylate) qui tient lieu de colle. La cavité utilisée ici est un demi-cylindre de duraluminium (nous discuterons de la forme et du matériau dans le chapitre suivant). Le transducteur de contact est relié à une électronique pilotée par un ordinateur. Cette électronique comporte un convertisseur analogique↔numérique, qui échantillonne les signaux à 30 MHz et code leur amplitude sur 8 bits, un amplificateur linéaire-logarithmique afin d'augmenter la dynamique, et de la mémoire vive. Cette électronique permet d'enregistrer le logarithme de l'amplitude du champ acoustique, ainsi que son signe, et de réémettre l'amplitude du champ en appliquant l'opération inverse. Nous discuterons des limitations de cette électronique dans le dernier chapitre. Enfin un hydrophone aiguille, motorisé dans les trois directions grâce à trois moteurs pas à pas pilotés également grâce à

l'ordinateur, permet de recueillir le champ ultrasonore rayonné par la cavité. La bande passante de cet hydrophone s'étend de 0,5 MHz à 10 MHz et son diamètre est de 0,5 mm. Cet hydrophone permet de correctement échantillonner temporellement et spatialement le champ ultrasonore, puisque l'ensemble de cette configuration est immergé dans de l'eau, la longueur d'onde étant alors de 1,5 mm pour la fréquence centrale de 1 MHz.

Grâce à la réciprocité spatiale du milieu (brisée seulement lorsqu'il existe des écoulements, ce qui n'est pas le cas ici), nous pouvons nous dispenser de l'utilisation d'une source au point de focalisation. Suivant le protocole classique du Retournement Temporel, une source située au futur point focal émettrait la courte impulsion et le transducteur de contact enregistrerait la réponse impulsionnelle. Dans notre protocole expérimental, schématisé sur la figure 1.15., c'est le transducteur de contact qui tire la courte impulsion et l'hydrophone aiguille qui permet d'enregistrer la réponse impulsionnelle. Comme la réciprocité spatiale est respectée, celle-ci est identique à celle acquise suivant le protocole classique.

Quand le transducteur de contact émet la courte impulsion, constituée de 1,5 périodes de sinusoïde à 1MHz, le signal multi-diffusé et enregistré par l'hydrophone s'étale sur plus de 1000 $\mu$ s, c'est à dire plus de 500 fois la durée de l'impulsion initiale. Une réponse impulsionnelle typique est tracée sur la figure 1.16. Elle ressemble à un signal correspondant à un champ diffus pondéré par une décroissance exponentielle. Cette décroissance est due aux pertes d'énergie par absorption dans le matériau à l'intérieur de la cavité et au rayonnement acoustique non perçu par l'hydrophone.

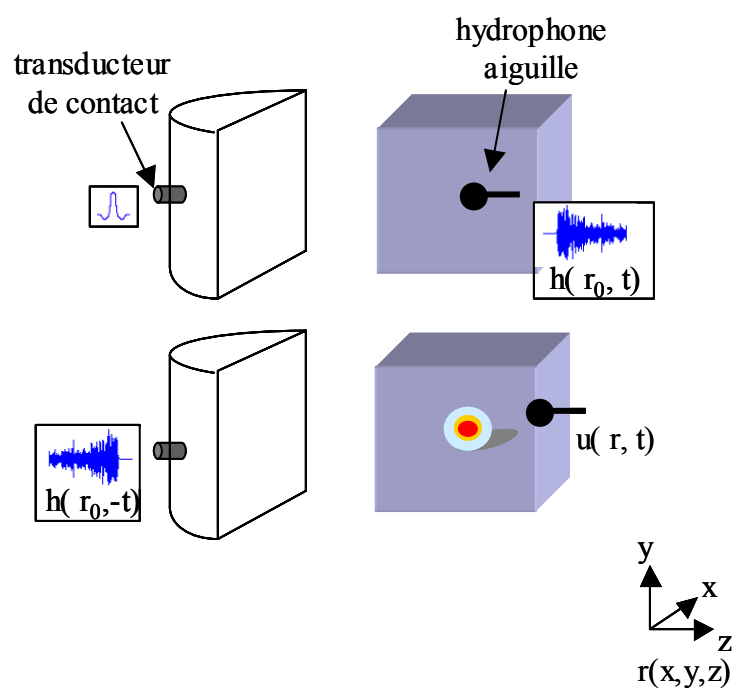


figure 1. 15. Principe de focalisation par Retournement Temporel dans un volume, avec une seule source. Un transducteur de contact tire une impulsion dans la cavité et un hydrophone aiguille enregistre la réponse impulsionnelle  $h(r_0, t)$ . Celle-ci est réémise dans sa version retournée temporellement par le transducteur et l'hydrophone aiguille nous permet de caractériser le champ focalisant en chaque point du volume  $u(r, t)$ .



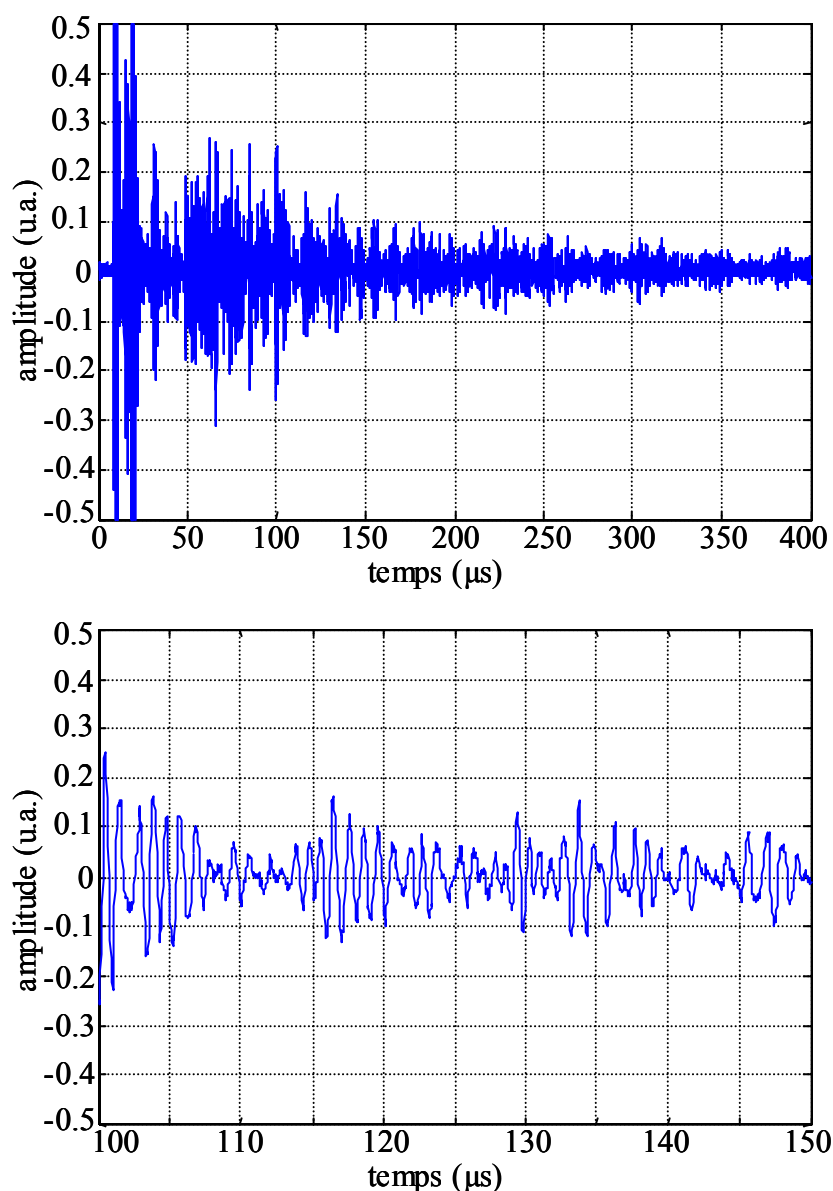


figure 1. 16. Grâce aux multi-réflexions, la réponse impulsionnelle qui relie le transducteur de contact et l'hydrophone s'étale sur plus de  $1000\mu s$ .

Une partie de cette réponse impulsionnelle (les  $200\ \mu s$  du début du signal) est retournée temporellement et réémise par le transducteur de contact. L'hydrophone aiguille, toujours positionné au lieu de l'acquisition de la réponse impulsionnelle reçoit alors le champ focalisé. La recompression temporelle donnée par l'hydrophone est présentée par la figure 1.17. Le pic de recompression émerge réellement à la fin de l'émission : ce temps de focalisation est arbitrairement choisi comme origine des temps. Le bruit (déterministe) autour de ce pic de recompression temporelle est formé de lobes secondaires temporels, et s'élève en moyenne à  $-15\text{ dB}$  du maximum d'amplitude (le niveau de bruit est estimé grâce à une valeur

moyenne, calculée sur une fenêtre temporelle de 200  $\mu\text{s}$  autour du pic de recompression, pour plusieurs réalisations de focalisations).

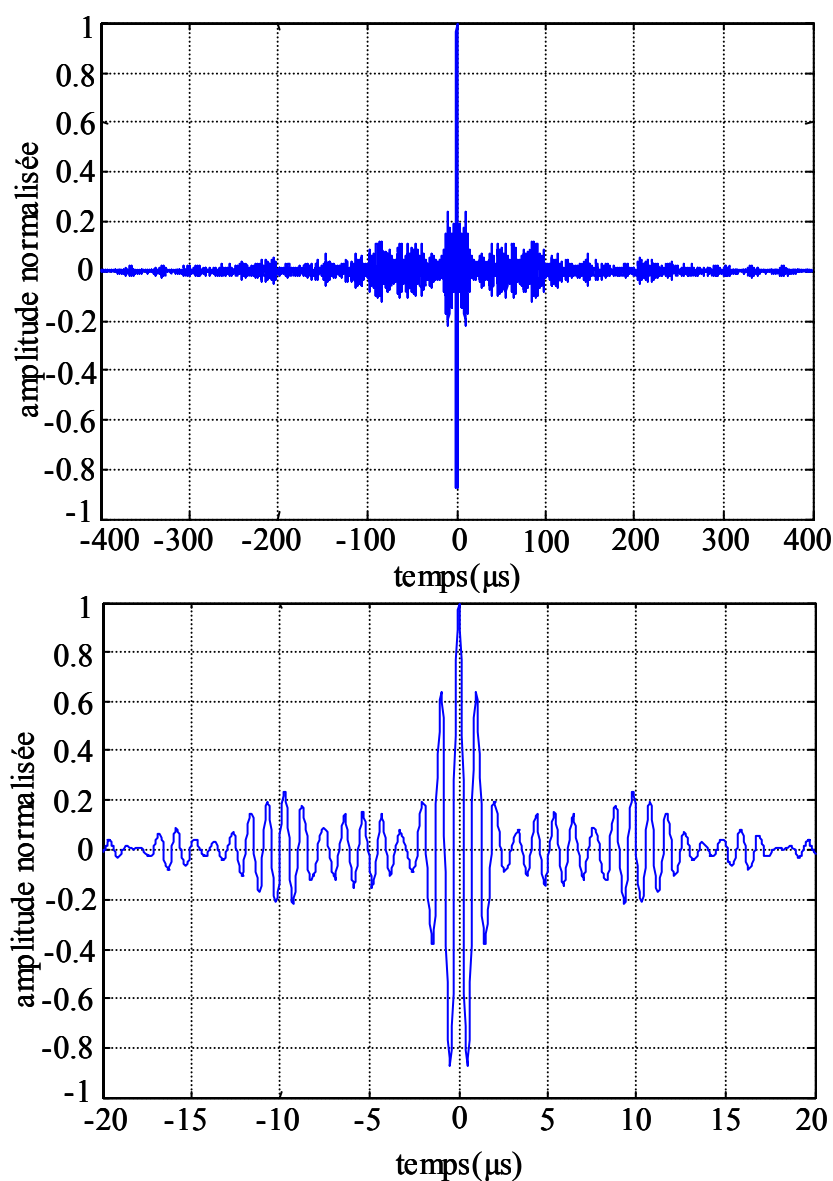


figure 1. 17. Recompression temporelle au point de focalisation. Le temps de focalisation est arbitrairement choisi comme origine des temps.

En déplaçant l'hydrophone aiguille suivant une grille de pas spatial égal à la demi-longueur d'onde (0,75 mm) autour de la zone focale, on obtient un diagramme de directivité. La figure 1.18. montre ainsi une coupe horizontale d'une tache focale suite à l'émission du retourné temporel d'une réponse impulsionnelle acquise à une distance de 100 mm de la surface de la cavité. L'échelle de couleur représente le maximum d'amplitude du champ

(normalisé) caractérisé sur un carré de 50 mm de côté autour de la tache focale. La figure 1.18. montre également un profil de cette tache focal à la profondeur  $z = 100$  mm. Comme pour la recompression temporelle, le niveau de bruit autour de la tache focale s'élève en moyenne à  $-15$  dB du maximum d'amplitude (le niveau de bruit est estimé grâce à une valeur moyenne, calculée sur une fenêtre temporelle de  $200 \mu\text{s}$  pour tous les points du domaine de caractérisation).

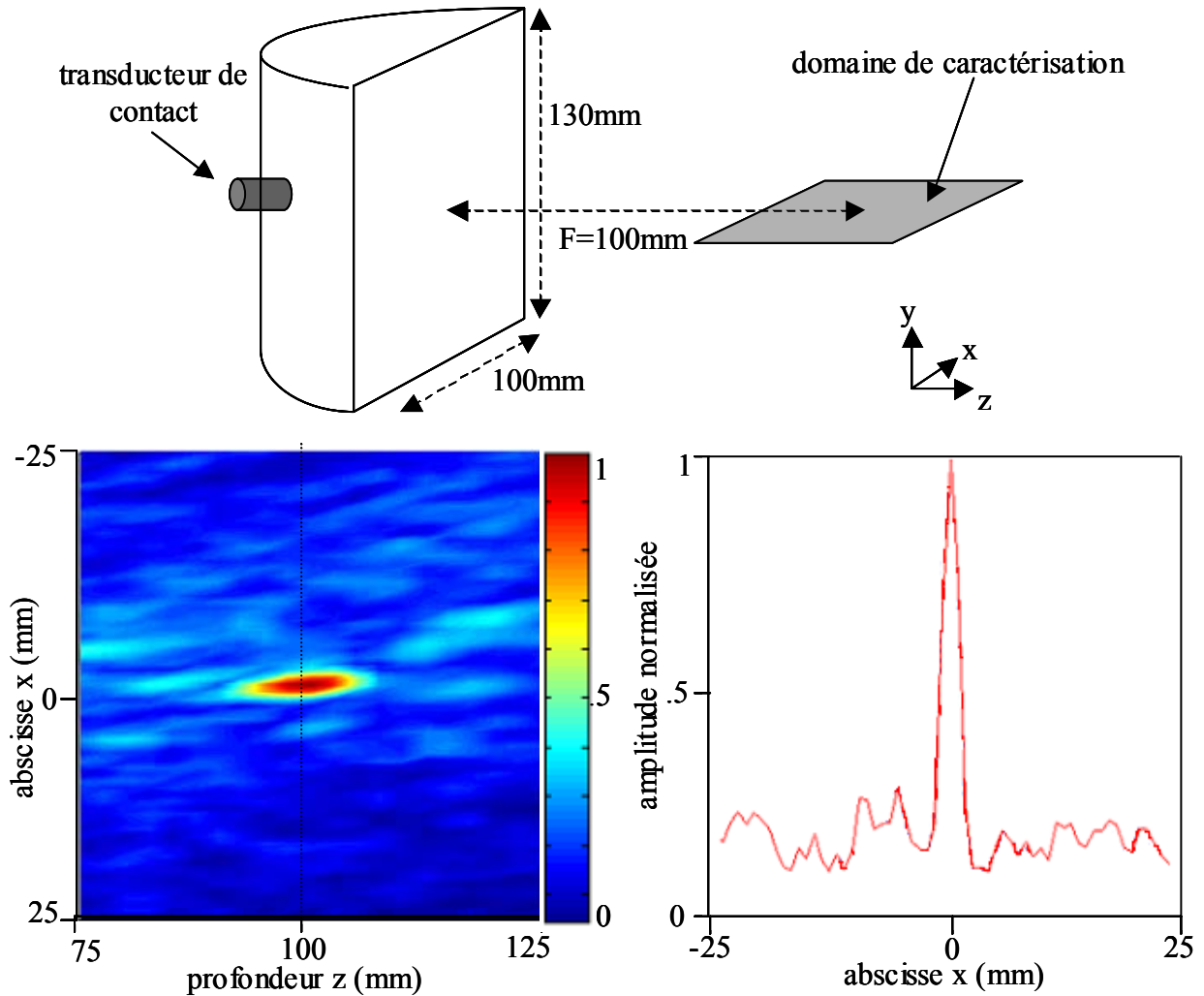


figure 1. 18. Caractérisation spatiale du champ acoustique focalisé à 100mm de la surface de la cavité. A gauche est représentée une coupe plane de la tache focale et à droite le profil transversal de cette tache focale selon les pointillés à  $z=100$  mm.

Ce profil de la tache focale indique que la largeur à mi-hauteur de cette tache focale est 20 fois plus petite que la directivité du transducteur qui serait immergé seul dans l'eau. Arnaud Derode *et al.*<sup>16</sup> observent également une amélioration de la focalisation par Retournement Temporel lorsqu'ils intercalent un milieu multi-diffuseur, constitué de

plusieurs centaines de tiges métalliques réparties aléatoirement, entre sa source (barrette ultrasonore) et son point focal. La résolution spatiale de ce système est alors supérieure à celle de la sonde toute seule dans l'eau. Cet effet s'explique par le fait que les hautes fréquences spatiales, qui sont habituellement perdues lors de la propagation, sont redirigées vers les capteurs grâce à la diffusion multiple des ondes acoustiques sur les tiges. L'ouverture angulaire apparente du système est alors bien plus large que celle de la barrette ultrasonore. De la même manière, l'ouverture angulaire effective de la cavité est plus large que celle du transducteur de contact seul dans l'eau.

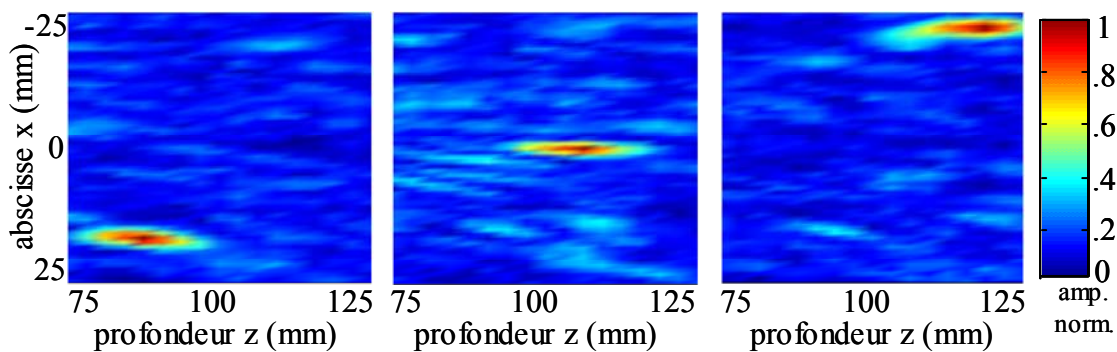


figure 1. 19. Amplitude normalisée de trois taches focales, situées en différents points d'un plan horizontal.

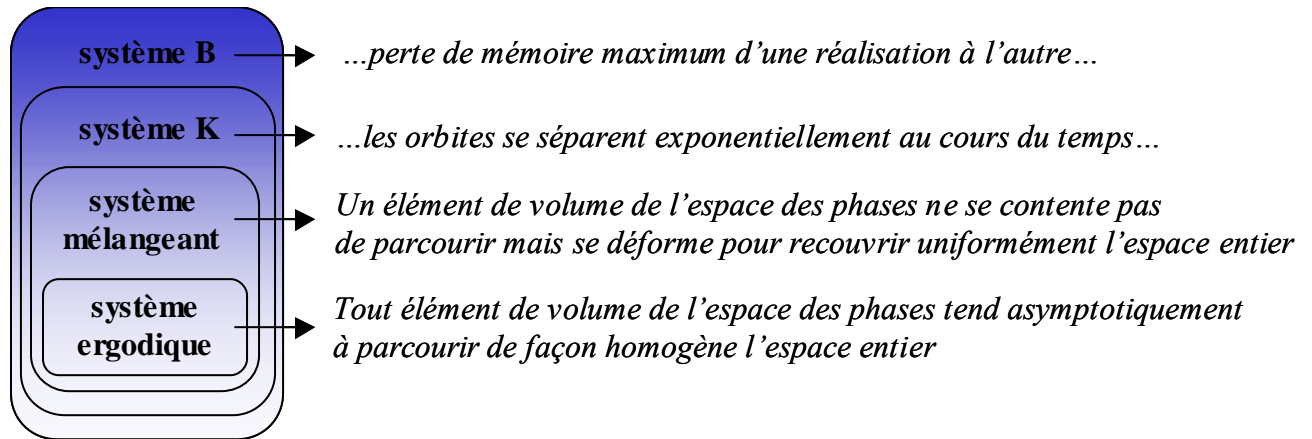
Le lieu de focalisation peut de plus être contrôlé, contrairement à un transducteur focalisé, dont la focale est fixe. Pour focaliser les ondes ultrasonores en un autre point, l'hydrophone aiguille est déplacé et une seconde réponse impulsionnelle correspondant à cette nouvelle position est enregistrée. Finalement si nous voulons être capables de focaliser les ondes ultrasonores en tout point d'un volume 3D, une bibliothèque de réponses impulsionnelles correspondant à chaque point de ce volume doit être enregistrée. C'est de cette manière qu'ont été réalisées les trois focalisations présentées sur la figure 1.19. La bibliothèque de réponses impulsionnelles a été préalablement enregistrée sur tout un plan horizontal de 50 mm de côté. Trois de ces réponses ont été retournées temporellement et réémises les uns après les autres, si bien que la tache focale apparaît aux trois points choisis.

Finalement, la cavité munie d'un seul transducteur, associée au processus de Retournement Temporel, permet de focaliser l'énergie ultrasonore en n'importe quel point d'un domaine 3D, tout comme les barrettes échographiques surfaciques qui comportent plusieurs milliers de transducteurs.

La qualité des images fournies par un échographe dépend de son aptitude à focaliser l'énergie ultrasonore. Cette qualité s'exprime à l'aide de 2 paramètres, la résolution et le contraste des images. La résolution est liée à la largeur de la tache focale, qui, elle, est dictée par l'ouverture de la sonde, et le contraste est limité par le rapport signal sur bruit de celle-ci. Si nous voulons remplacer les sondes classiques par une cavité munie d'un transducteur, nous devons comprendre les liens entre la résolution et le contraste des images, et les paramètres physiques de cette nouvelle sonde. Nous venons de montrer que la largeur de la tache focale est indépendante de l'ouverture du transducteur lorsqu'une cavité est utilisée pour focaliser des ondes ultrasonores. Comment peut-on définir l'ouverture de cette nouvelle sonde ? Quels sont les paramètres physiques qui limitent la résolution et le contraste des images ?

## Annexe A : Ergodicité et chaos

Cette annexe présente une courte synthèse d'un sujet très vaste, ainsi qu'une sélection de références qui permet d'approfondir cette approche.



Un élément de volume de l'espace des phases représente un ensemble de conditions initiales du système. Notons qu'un système contenant un système inférieur possède toutes les propriétés de ce dernier.

### De l'ergodicité...

L'ergodicité est définie à partir de l'évolution d'un système, décrite dans l'espace des phases. Si celui-ci est recouvert entièrement de façon homogène quelles que soient les conditions initiales du système, alors le système est dit ergodique. On peut néanmoins expliciter plus ou moins fidèlement cette définition dans l'espace réel. Par exemple un système constitué d'un billard et d'une bille qui rebondit sur ses parois, ou bien une cavité fermée dans laquelle se propagent des rayons acoustiques, est dit ergodique si la bille ou le rayon ne se concentre pas en un lieu (caustique) mais au contraire cherche à recouvrir toute sa surface. Notons que dans le domaine de l'analyse statistique, une des propriétés d'un système ergodique, est qu'une moyenne d'ensemble est équivalente à une moyenne temporelle.

Un système mélangeant possède, en plus du système ergodique, une propriété de dilution. C'est à dire que l'espace des phases est parcouru de manière uniforme et que si l'on « zoome » sur une petite partie de cet espace, la répartition statistique reste valable.

### **...au chaos classique...**

Enfin, les systèmes B et K sont des systèmes chaotiques et possèdent évidemment les propriétés des systèmes ergodique et mélangeant. De plus l'évolution de ces systèmes présente une extrême sensibilité aux conditions initiales. En reprenant l'exemple précédent, deux rayons acoustiques issus du même point avec une différence d'angle infinitésimale, montreront chacun, dans ces systèmes chaotiques, une trajectoire totalement différente au bout de quelques rebonds. Des résultats mathématiques prédisent une divergence exponentielle des trajectoires à chaque rebond pour les systèmes K. Quelles que soient les conditions initiales du système, l'espace des phases sera donc recouvert dans son ensemble, de façon uniforme, et exponentiellement au cours du temps.

### **...et enfin le chaos ondulatoire**

Le terme de chaos ondulatoire associe deux notions physiques qui peuvent a priori sembler contradictoires. En effet, nous venons de le voir, la notion de chaos est intimement liée à celles d'espace des phases et de trajectoire, deux notions mal définies lorsqu'il s'agit d'ondes. Cependant, lorsque la longueur d'onde est petite devant les dimensions caractéristiques du problème, la propagation d'une onde peut être approchée par la propagation de rayons : c'est la limite géométrique des rayons. Dans cette limite, espace des phases et trajectoire reprenant tout leur sens, la notion de chaos est pertinente et l'on peut distinguer systèmes chaotiques des systèmes réguliers (non chaotiques).

Néanmoins lorsque la limite géométrique des rayons est mise en défaut, et c'est le cas des cavités centimétriques, dans lesquelles est injectée une impulsion ultrasonore au moyen d'une source dont la taille est beaucoup plus petite que le solide, il existe d'autres outils de caractérisation du chaos. En effet, le développement de la Théorie des Matrices Aléatoires a largement contribué à améliorer la compréhension des systèmes ondulatoires chaotiques, tant dans le domaine spatial que spectral. Ainsi Wigner en 1951 et Dyson et Metha en 1967 ont défini les caractéristiques statistiques des spectres de systèmes chaotiques. Récemment, Weaver en 1989 puis Ellegaard en 1995, ont confirmé ces théories en apportant des résultats expérimentaux dans le domaine de l'acoustique des solides.

Une liste non exhaustive de publications traitant ces différents sujets se trouve dans la bibliographie (références 17 à 27).

## **Chapitre 2 : Résolution spatiale et Retournement Temporel Synthétique**





Au long de ce chapitre, les bases mathématiques du procédé de Retournement Temporel avec une cavité solide sont établies dans un premier temps. Ces bases conduisent à l'identification de la tache focale du Retournement Temporel à un produit de corrélation spatio-temporel<sup>16,17</sup>. Nous verrons alors comment la propriété d'ergodicité de la cavité, induite par sa géométrie, joue un rôle sur la qualité de la tache focale. En effet, une cavité ergodique montre une aptitude à décorrélérer les réponses impulsionnelles reliant deux points voisins, à la source acoustique. Grâce à cette aptitude, les lobes latéraux qui dégradent la qualité spatiale d'une tache focale, sont diminués. Par la suite nous définirons rigoureusement l'ouverture équivalente du système composé de la cavité et d'un unique transducteur. Enfin nous verrons comment le principe d'Huygens-Fresnel peut être utilisé afin d'optimiser l'acquisition de la bibliothèque de réponses impulsionnelles du milieu. Cette optimisation a mené au concept de Retournement Temporel Synthétique qui permet d'utiliser la face avant de la cavité comme une véritable sonde surfacique multi-transducteurs.

## 1. Retournement Temporel et corrélation

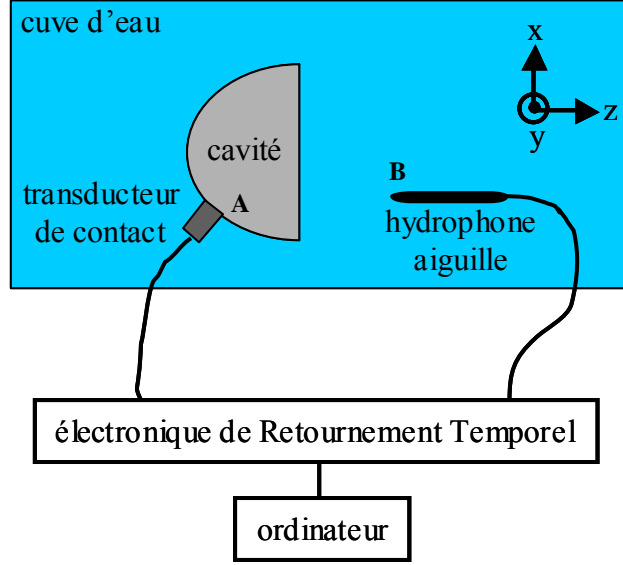


figure 2. 1. Schéma de la vue de dessus de la configuration expérimentale. Le transducteur de contact est fixé sur le demi-cylindre de Duraluminium et l'hydrophone aiguille est mue dans un domaine 3D.

L'étude mathématique du Retournement Temporel est ici restreinte à une représentation scalaire des champs acoustiques. Elle est généralisable dans le cas vectoriel.

Le transducteur de contact est modélisé par la fonction source  $s(A, t)$ . Dans l'eau, le champ acoustique  $r(B, t)$  perçu par l'hydrophone est alors donné par l'intégrale de Rayleigh :

$$r(B, t) = \iint_{t', A} g(B, t | A, t') \cdot s(A, t') dA dt' . \quad (2. 1)$$

Dans cette équation, la fonction  $g$  représente la fonction de Green du milieu, entre le point source  $A$  et le point d'acquisition  $B$ . Cette fonction de Green n'est pas invariante par translation spatiale parce que le milieu est fini et inhomogène. L'équation 2.1. ne peut donc pas se réduire à un simple produit de convolution spatiale. En revanche, la fonction de Green est invariante par translation du temps si bien qu'elle peut se réécrire comme suit :

$$g(B, t | A, t') = g(B, t - t' | A) . \quad (2. 2)$$

Le transducteur de contact utilisé lors de nos expériences, est composé d'une lame adaptatrice, d'une tranche plane de matériau piézoélectrique et d'un milieu arrière (backing).

Il est supposé être une source piston, c'est à dire que toute sa surface vibre de manière uniforme selon l'excitation temporelle  $e(t)$ . La fonction source  $s(A,t)$  peut donc s'écrire  $s(A,t)=s(A).e(t)$  avec  $s(A)$  constant. Dans ce cas, en utilisant la nouvelle écriture de la fonction de Green et de la fonction source, l'équation 2.1. se réduit à :

$$r(B,t) = \iint_{t',A} g(B,t-t'|A) \cdot s(A) dA e(t') dt'. \quad (2.3)$$

Un champ acquis à la position  $B_0$  donne donc un signal qui peut s'écrire sous la forme d'un produit de convolution temporelle :

$$r(B_0,t) = h(A,B_0,t) \otimes_t e(t) \quad (2.4)$$

dans lequel  $h$  représente l'intégrale de la fonction de Green sur l'espace. La fonction  $h(A,B_0,t)$  est la réponse impulsionnelle du milieu qui relie le point  $A$  au point  $B_0$ . En tenant compte de la réciprocité spatiale, si ce signal acquis à la position  $B_0$  est retourné temporellement et réémis par le transducteur de contact, l'hydrophone aiguille donne le signal rayonné par la cavité en une position arbitraire  $B$  :

$$r_{RT}(B,t) = h(A,B,t) \otimes_t h(A,B_0,-t) \otimes_t e(-t). \quad (2.5)$$

Dans une configuration idéale (qui ne serait pas limitée par la diffraction), l'expérience de Retournement Temporel restituerait fidèlement le champ émis initialement, si bien que nous pourrions écrire :

$$r_{RT}(B,t) = \delta(B-B_0) \cdot \delta(t-t_0) \otimes_t e(-t) \quad (2.6)$$

où  $t_0$  et  $\delta(B-B_0)$ .  $\delta(t-t_0)$  représentent respectivement le temps de recompression temporelle et le produit de deux distributions de Dirac (spatiale et temporelle). Quand les réponses impulsionnelles  $h(A,B,t)$  ne se réduisent pas à de simples distributions de Dirac, une condition pour que l'équation 2.6. soit satisfaite est que ces réponses impulsionnelles  $h(A,B,t)$  soient totalement décorréliées. En effet le champ décrit par l'équation 2.5, mesuré en un point arbitraire  $B$ , suite à l'émission du retourné temporel de la réponse impulsionnelle acquise en  $B_0$ , résulte du produit de corrélation entre les réponses impulsionnelles en  $B$  et  $B_0$ . A la position  $B=B_0$  apparaît un maximum de corrélation, donc un maximum d'énergie acoustique. Si les réponses impulsionnelles sont décorréliées, l'énergie acoustique reste minimale pour les points  $B \neq B_0$ . Sous la condition de décorrélation des réponses impulsionnelles, émerge alors le pic de focalisation spatio-temporelle au point  $B_0$ .

Dans une configuration expérimentale réelle, la décorrélation totale des réponses impulsionnelles est irréalisable. En revanche un minimum de corrélation entre les réponses impulsionnelles de deux points voisins est attendu lorsque celles-ci résultent du rayonnement d'une cavité ergodique.

## **2. Une première approche expérimentale**

### **2.1. Influence de la géométrie de la cavité**

Nous allons comparer, dans ce paragraphe, la focalisation obtenue avec trois cavités de géométries différentes. La figure 2.2. présente des coupes horizontales de taches focales obtenues par Retournement Temporel avec une plaque simple, une plaque de profil aléatoire et un demi-cylindre. Dans les trois cas l'énergie ultrasonore est focalisée au point choisi ( $x=0$ ,  $z=10,5\text{ cm}$ ), mais la qualité de cette focalisation varie énormément avec la géométrie de la cavité.

La plaque simple, fortement symétrique, présente une tache focale mal définie, contenant des lobes latéraux dont l'amplitude atteint 0,7 fois l'amplitude maximale du lobe principal. La plaque de profil aléatoire ne contient plus qu'une seule symétrie (plan horizontal) : elle présente une tache focale dont les lobes sont plus faibles. Le niveau de ces lobes latéraux est donc du uniquement aux symétries contenues dans la structure utilisée. Ceci est relié à la notion de décorrélation spatio-temporelle introduite dans le paragraphe précédent. Si la structure présente une certaine symétrie, deux sources ponctuelles, extérieures à cette structure, qui respectent cette symétrie engendreront la même réponse impulsionnelle. Dans ce cas la cavité n'assure pas la décorrélation spatio-temporelle, et si l'on focalise une onde ultrasonore sur un de ces deux points, apparaît automatiquement un lobe secondaire sur l'autre point. Bien que le demi-cylindre soit symétrique par rapport au plan horizontal ( $y,z$ ) la tache focale qu'il présente ne comporte que de faibles lobes latéraux : la position asymétrique du transducteur de contact (il fait un angle de 35 degrés avec la face avant) suffit donc à briser les symétries de sa géométrie.

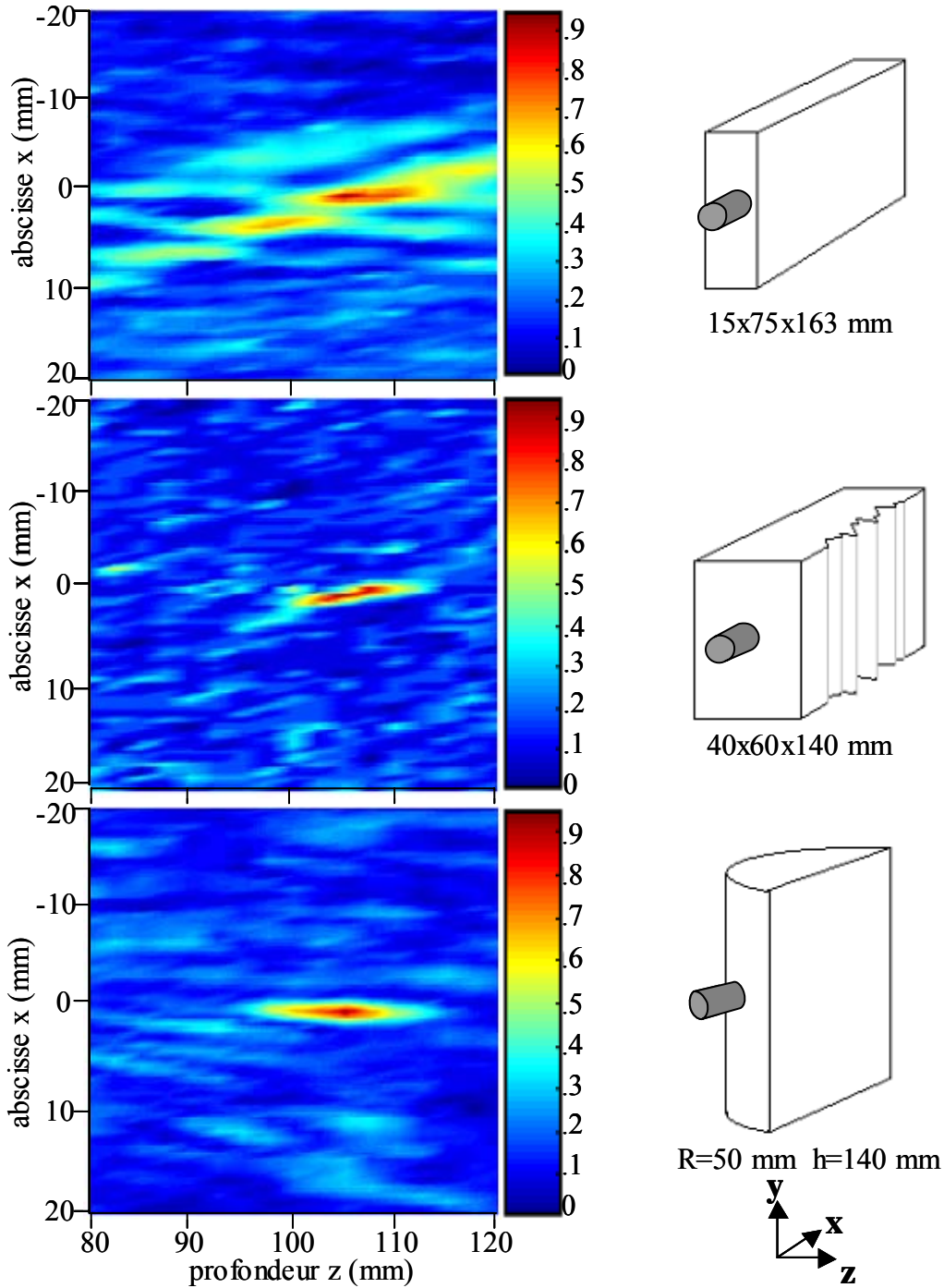


figure 2. 2. Amplitude de tache focale lors d'une focalisation par Retournement Temporel pour différentes géométries de cavité : plaque simple, plaque de profil aléatoire et demi-cylindre.

Si théoriquement le résultat optimal de focalisation est obtenu avec une cavité possédant la propriété d'ergodicité, ces résultats ne nous permettent pas d'affirmer que le demi-cylindre est ergodique. Nous verrons, dans le chapitre 3, que seule l'analyse spectrale de ces réponses impulsionnelles peut caractériser la cavité. Pour l'instant, nous allons étudier ces réponses impulsionnelles dans le domaine temporel.

## **2.2. Influence de la durée de la fenêtre de Retournement Temporel**

La figure 2.3. (a) présente un B-scan du champ rayonné par le demi-cylindre suite à l'émission d'une impulsion au moyen du transducteur de contact. L'hydrophone aiguille est déplacé suivant l'axe des abscisses  $x$  et fournit un signal dont l'amplitude est codée en niveaux de gris. Ce B-scan met en évidence la présence d'un front d'onde cohérent (cadre rouge) au début de chaque réponse impulsionnelle. Il correspond au trajet direct de l'impulsion émise par le transducteur de contact vers la face avant de la cavité, impulsion qui est alors rayonnée par la cavité sans aucune réflexion sur ses parois. Les figures (b), (c) et (d) présentent l'amplitude des taches focales correspondant à l'émission de différents signaux retournés temporellement : une réponse impulsionnelle dans son intégralité, le front cohérent seul et une réponse impulsionnelle privée de son front cohérent.

Lorsque seule la partie incohérente de la réponse impulsionnelle (qui suit le front cohérent) est émise, la focalisation est améliorée par rapport à celle obtenue suite à l'émission de la totalité de la réponse : le niveau du bruit de fond autour du pic de focalisation diminue. En effet, ce front cohérent est commun à toutes les réponses impulsionnelles et favorise la corrélation des réponses entre elles. La contribution de ce front cohérent dans les produits d'intercorrélation décrivant la focalisation par Retournement Temporel, n'est pas négligeable et sera à la source du bruit de fond.

En revanche, lorsque le front cohérent est émis seul (c), nous n'observons plus de tache focale. La durée de la fenêtre de Retournement Temporel influence donc également la qualité spatiale de la focalisation. Dans le paragraphe suivant, nous cherchons à relier quantitativement la largeur à mi-hauteur de la tache focale aux paramètres physiques de la cavité. Afin de limiter l'influence de la durée de la fenêtre de Retournement Temporel, cette étude se déroule dans le cas simple où la totalité de la réponse impulsionnelle est réémise.

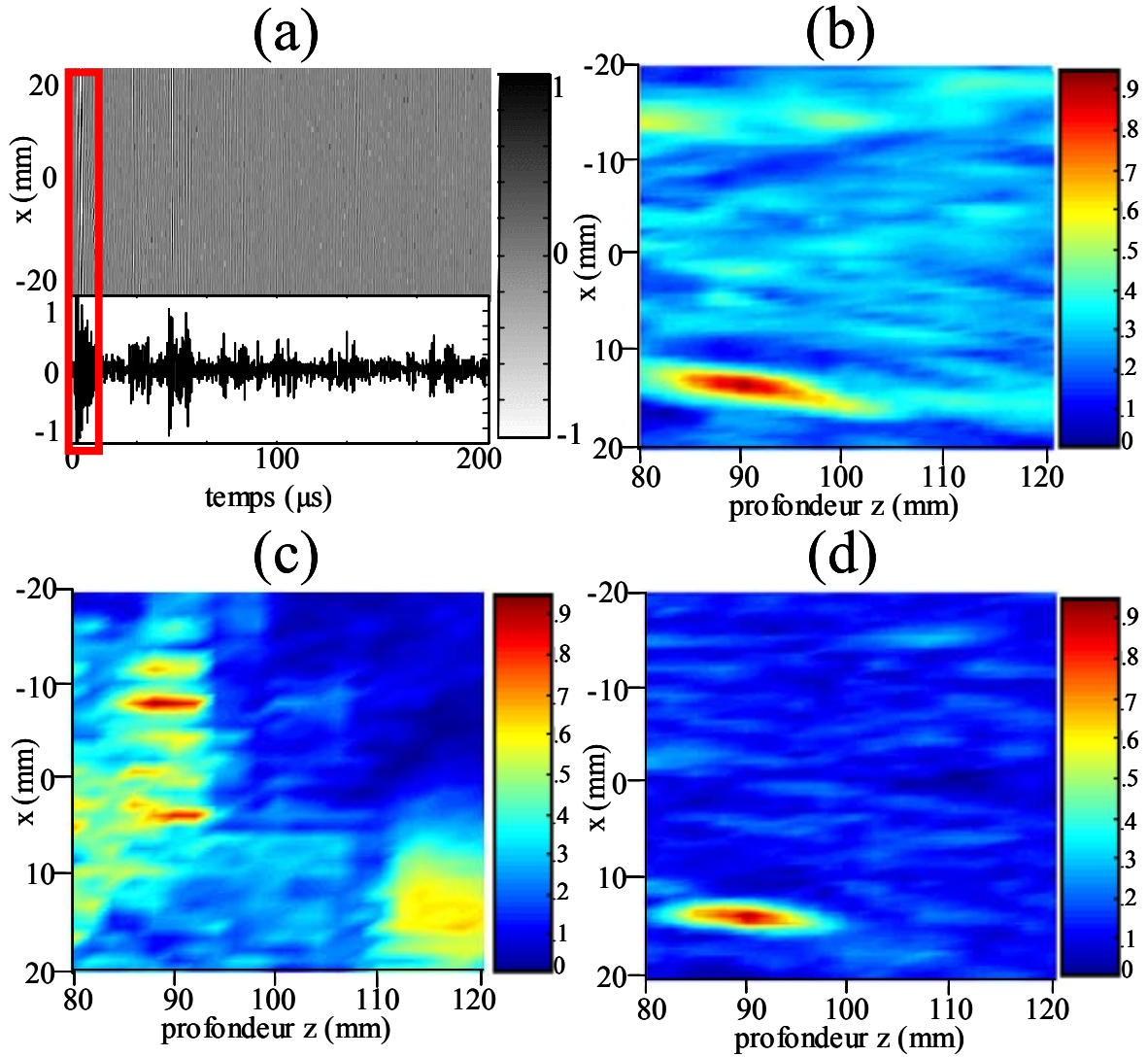


figure 2. 3. Influence du front cohérent sur la tache focale. Le B-scan (a) permet de mettre en évidence la présence d'un front cohérent commun à toutes les réponses impulsionnelles. (b), (c) et (d) représentent l'amplitude normalisée de tache focale obtenue par Retournement Temporel : (b) réémission de la réponse impulsionnelle entière, (c) du front cohérent seul (cadre rouge), (d) et de la partie « incohérente » seule.

### 2.3. Ouverture équivalente

La largeur à mi-hauteur d'une tache focale est un paramètre qui permet d'apprécier quantitativement la résolution d'un appareil échographique. Lorsque la focalisation des ondes ultrasonores s'effectue en milieu homogène, cette largeur à mi-hauteur est reliée à l'ouverture angulaire de la sonde acoustique par la loi de la diffraction classique  $\Delta x = \lambda \cdot F/D$  ( $\lambda$  est la



longueur d'onde  $D$  l'ouverture,  $F$  la distance focale et le rapport  $D/F$  l'ouverture angulaire). La tache focale est d'autant plus fine, c'est à dire la résolution de l'image sera d'autant meilleure, que l'ouverture angulaire de la sonde est importante.

Le but de ce paragraphe est de définir l'ouverture angulaire du système composé de la cavité et d'un unique transducteur. La figure 2.4. présente 30 profils de taches focales, obtenus le long des abscisses  $x$  dans chacun des plans focaux. Ces profils représentent l'amplitude du champ ultrasonore de 30 focalisations, situées à des profondeurs  $z$  (distance du point focal à la face avant de la cavité) allant de 10 à 400 mm. Un élargissement de la tache focale avec la profondeur de focalisation est observé.

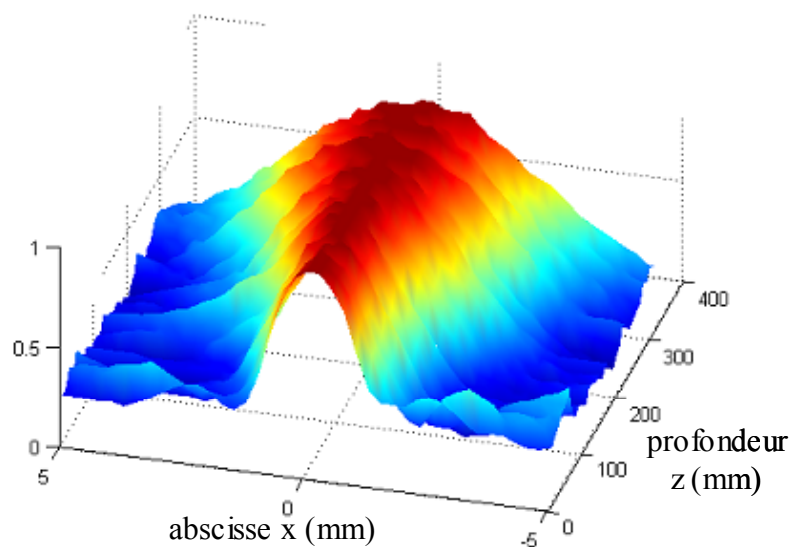


figure 2. 4. Profils de taches focales lors de focalisations à différentes profondeurs  $z$ .

La figure 2.5. montre quant à elle la largeur à mi-hauteur  $\Delta x$  de ces 30 taches focales en fonction de la profondeur de focalisation  $z$ . On peut alors observer une augmentation linéaire de cette largeur qui vérifie la loi théorique de la diffraction  $\Delta x = \lambda(F/D)$ . Connaissant la longueur d'onde utilisée et la distance focale de chaque point, une régression linéaire de ces résultats expérimentaux nous permet donc de déduire le diamètre de l'ouverture apparente du système. En fixant la longueur d'onde à sa valeur moyenne de 1,5 mm (fréquence centrale de 1MHz dans l'eau), ce diamètre d'ouverture apparente est estimé à  $D = 95$  mm, ce qui est approximativement la dimension latérale de la face avant de la cavité (100 mm). On notera qu'une étude similaire a été effectuée au Laboratoire Ondes et Acoustique<sup>28</sup> au travers d'un milieu multi-diffuseur.

Ce résultat indique que l'énergie élastique contenue dans la cavité est convertie en énergie acoustique dans le domaine de focalisation (l'eau), sur toute la surface de la face avant de la cavité. L'ouverture de la sonde constituée d'une cavité et d'un seul transducteur est donc identifiée à la totalité de la face en contact avec le domaine où les ondes seront focalisées (la face avant). La largeur des taches focales produites par cette sonde ne dépend plus de la dimension du transducteur mais de la taille de la face avant de la cavité.

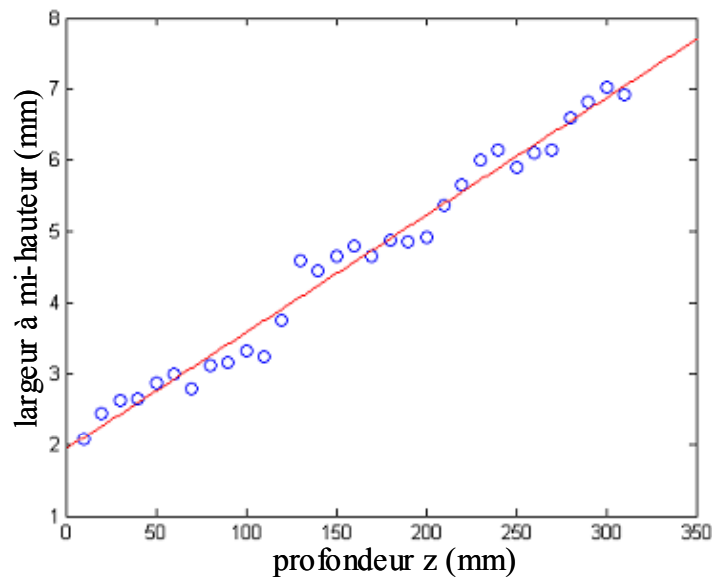


figure 2. 5. Largeur à mi-hauteur des taches focales en fonction de la profondeur de la focalisation

L'intérêt de l'utilisation de cavités solides pour augmenter l'ouverture équivalente d'un transducteur nous a poussé à étudier la possibilité de focaliser un champ ultrasonore en n'importe quel point d'un volume 3D.

### 3. Retournement Temporel Synthétique

La possibilité de focalisation en n'importe quel point d'un volume 3D nécessite l'acquisition d'une librairie tridimensionnelle, contenant les réponses impulsionnelles en chacun de ces points. Le stockage de cette bibliothèque requiert une mémoire informatique importante. Dans ce paragraphe, nous allons montrer comment le principe de Huygens-Fresnel nous permet de simplifier le protocole de focalisation par Retournement Temporel

dans un domaine 3D, en limitant l'acquisition de la bibliothèque de réponses impulsionnelles sur les seuls points de la face avant de la cavité.

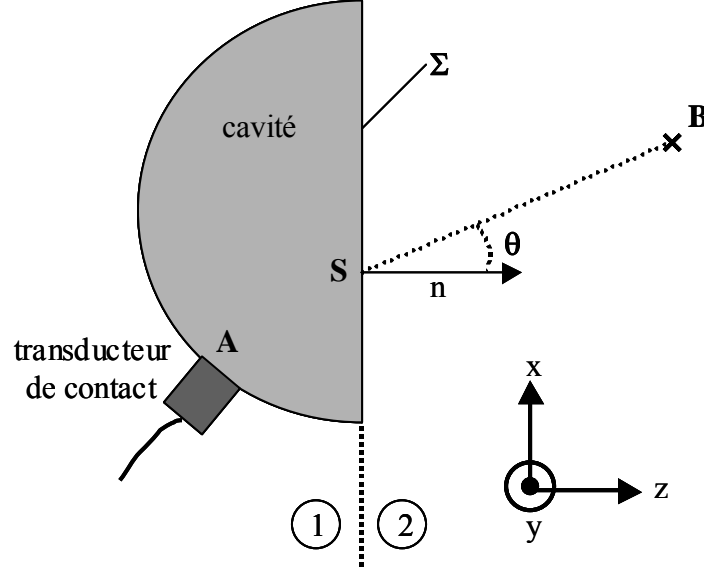


figure 2. 6. Schéma de la cavité et notations

La figure 2.6. montre les notations utilisées pour les futurs développements mathématiques. Le plan contenant l'ouverture de la cavité  $\Sigma$  divise le milieu extérieur en deux domaines (1) et (2). Le premier contient la cavité sur laquelle est fixé le transducteur de contact et le second est l'eau où l'hydrophone aiguille peut enregistrer le champ acoustique en n'importe quel point  $B$ .  $S$  est un point qui décrit l'ouverture  $\Sigma$ . Le champ de pression au point  $B$  peut être déduit de celui mesuré sur l'ouverture rayonnante grâce à l'intégrale de Rayleigh avec les conditions aux limites de Dirichlet. Ces conditions aux limites expriment le cas d'un baffle mou, qui s'adapte au mieux à la situation d'une cavité solide plongée dans un fluide. Le calcul de l'intégrale de Rayleigh dans le domaine temporel et dans les conditions de Dirichlet est rappelé en annexe. Cette intégrale s'écrit comme suit :

$$p(B, t) = \frac{j}{2\pi c} \int_{\Sigma} \left[ \frac{\partial p(S, t)}{\partial t} \otimes_t G^L(S, B, t) \right] \cdot \cos \vartheta \cdot dS. \quad (2. 7)$$

Dans cette équation 2.7,  $p(S, t)$  représente le champ de pression sur l'ouverture rayonnante au point  $S$  et  $G^L(S, B, t)$  la fonction de Green en « eau libre » qui relie le point  $S$  au point  $B$ . Si  $c$  décrit la vitesse du son dans le milieu extérieur (l'eau), cette fonction de Green peut s'écrire :

$$G^L(S, B, t) = \frac{\delta\left(t - \frac{|SB|}{c}\right)}{|SB|}. \quad (2. 8)$$

Si maintenant une courte impulsion électrique  $e(A, t)$  est appliquée au transducteur de contact situé au point  $A$ , la pression au point  $S$  sur la face avant de la cavité est décrite, dans le formalisme des réponses impulsionnelles, par l'expression suivante :

$$p(S, t) = e(A, t) \underset{t}{\otimes} h(A, S, t). \quad (2. 9)$$

$h(A, S, t)$  est la réponse impulsionnelle qui relie le transducteur en  $A$  au point  $S$  de l'ouverture rayonnante. Cette réponse impulsionnelle prend également en compte la réponse acousto-électrique du transducteur. En tenant compte de l'équation précédente, la pression au point  $B$  décrite par l'équation 2.7. s'écrit maintenant :

$$p(B, t) = e(A, t) \underset{t}{\otimes} \frac{j}{2\pi c} \int_{\Sigma} \frac{\partial h(A, S, t)}{\partial t} \underset{t}{\otimes} G^L(S, B, t) \cdot \cos \vartheta \cdot dS. \quad (2. 10)$$

Le terme qui suit le premier produit de convolution peut être identifié comme étant la réponse impulsionnelle  $h(A, B, t)$  qui relie mathématiquement une impulsion électrique appliquée au transducteur de contact au point  $A$  au champ de pression dans l'eau au point  $B$  :

$$h(A, B, t) = \frac{j}{2\pi c} \int_{\Sigma} \frac{\partial h(A, S, t)}{\partial t} \underset{t}{\otimes} G^L(S, B, t) \cdot \cos \vartheta \cdot dS. \quad (2. 11)$$

Grâce à la propriété de réciprocity spatiale du milieu, cette réponse impulsionnelle  $h(A, B, t)$  est égale à  $h(B, A, t)$ . Lorsque la version retournée temporellement du champ  $p(B, -t)$  est réémise dans la cavité par le transducteur de contact : le champ acoustique ainsi généré semblera se propager à rebours dans le temps. La pression résultante au point  $B$  durant cette expérience de Retournement Temporel s'écrit, comme nous l'avons vu dans le premier paragraphe de ce chapitre, comme un produit de corrélation entre les réponses impulsionnelles :

$$p_{RT}(B, t) = e(A, -t) \underset{t}{\otimes} h(A, B, -t) \underset{t}{\otimes} h(A, B, t). \quad (2. 12)$$

En injectant l'expression de la réponse impulsionnelle  $h(A, B, t)$  donnée par l'équation 2.11., la pression au point  $B$  durant la focalisation par Retournement Temporel s'écrit :

$$p_{RT}(B, t) = \frac{j}{2\pi c} \int_{\Sigma} \frac{\partial p(S, -t)}{\partial t} \otimes_t G^L(S, B, -t) \cdot \cos \vartheta \cdot dS \otimes_t h(A, B, t). \quad (2.13)$$

Dans cette expression, le terme précédant la réponse impulsionnelle  $h(A, B, t)$  représente le signal d'émission d'une expérience de Retournement Temporel classique. L'équation 2.13. montre que cette émission peut être déduite de la connaissance du champ de pression sur la face avant de la cavité  $p(S, t)$ .

Concrètement le champ acoustique sur la face avant de la cavité est scanné avec l'hydrophone aiguille selon un maillage dont le pas spatial est égal à la longueur d'onde moyenne (1,5 mm à la fréquence de 1 MHz). En tenant compte de l'échantillonnage spatial, l'émission déduite de l'équation 2.13. peut s'écrire :

$$e(t) = e(A, -t) \otimes_t h(A, B, -t)$$

$$e(t) = \frac{j}{2\pi c} \sum_i \frac{\partial p^{exp}(S_i, -t)}{\partial t} \otimes_t G^L(S_i, B, -t) \cdot \cos \vartheta \cdot dS. \quad (2.14)$$

Chaque réponse impulsionnelle expérimentale  $p^{exp}(S_i, t)$  est alors retournée temporellement, dérivée numériquement par rapport au temps, et convoluée avec la fonction de Green en espace libre correspondant à la position du point  $S_i$ . L'ensemble de ces fonctions de Green, nous l'avons vu avec l'équation 2.8, correspond à une loi sphérique dont le foyer est le point focal  $B$  pondérée par une décroissance en  $1/|SB|$  ( il est donc aisé de la calculer numériquement quelle que soit la position de ce point focal). Enfin une sommation sur l'ensemble des signaux donne le signal d'émission capable de focaliser les ondes ultrasonores à ce point focal  $B$ .

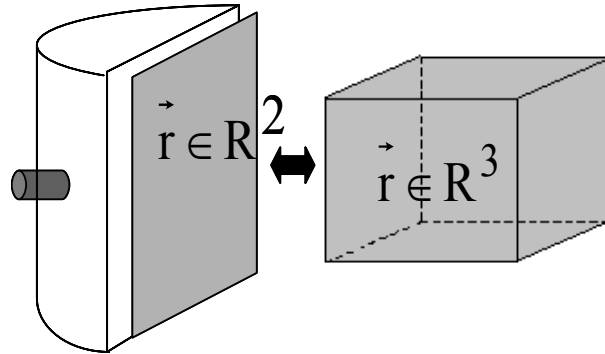


figure 2. 7. Avantage du Retournement Temporel Synthétique : les réponses impulsionnelles du domaine 3D sont déduites de celles acquises sur la face avant de la cavité.

En d'autres termes, ce « Retournement Temporel Synthétique » permet de focaliser de l'énergie acoustique en n'importe quel point d'un domaine 3D, avec la qualité de focalisation d'un processus de Retournement Temporel classique, mais en s'affranchissant de l'acquisition de la bibliothèque tridimensionnelle de réponses impulsionnelles. En effet, comme le montre la figure 2.7, les réponses impulsionnelles de tous les points du volume (dans l'eau, devant la cavité), sont déduites de celles acquises sur les seuls points de la face avant de la cavité. Ce procédé offre alors un gain de temps et une économie de mémoire électronique, sans pour autant alourdir le processus de focalisation.

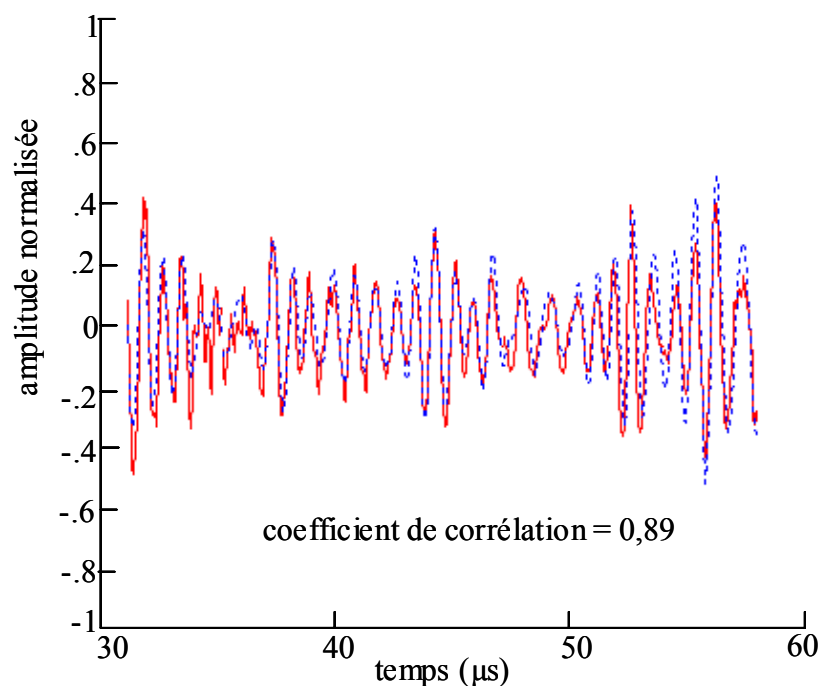


figure 2. 8. Détails ( $20\mu s$ ) des émissions du Retournement Temporel classique (pointillés bleus) et du Retournement Temporel Synthétique (ligne continue rouge). Le coefficient de corrélation entre ces deux émissions atteint 0,89.

L'émission du Retournement Temporel Synthétique est comparée à celle issue du procédé classique de Retournement Temporel (c'est à dire la version retournée temporellement de la réponse impulsionnelle reliant le point source au point focal). La figure 2.8. montre 60  $\mu s$  des deux signaux : le coefficient de corrélation entre les deux émissions atteint 0,89. La ressemblance est donc bonne mais pas parfaite, et cela pour deux raisons. La première est liée à l'échantillonnage spatial du champ sur la surface de la cavité.

Pour des raisons pratiques, le pas spatial a été choisi égal à la longueur d'onde, et n'est pas suffisamment faible pour correctement échantillonner le champ sans induire de perte d'information. La seconde raison est que la cavité repose sur un support, qui rayonne également de l'énergie acoustique dans l'eau. Même si ce rayonnement reste faible, il participe quand même à la focalisation de l'énergie acoustique lors d'une expérience de Retournement Temporel classique. En revanche, ce rayonnement n'est pas pris en compte lorsque l'on applique le procédé de Retournement Temporel Synthétique puisque seul le champ rayonné par la face avant de la cavité est exploité.

Malgré cette petite différence, la phase (passage par zéros des signaux) semble être respectée. Cette information<sup>28</sup> est primordiale dans le succès de la focalisation par Retournement Temporel. Dans un cas extrême, l'information d'amplitude peut être totalement ignorée, comme par exemple dans le cas d'un codage des signaux sur 1 bit, et malgré tout l'énergie ultrasonore se focalise.

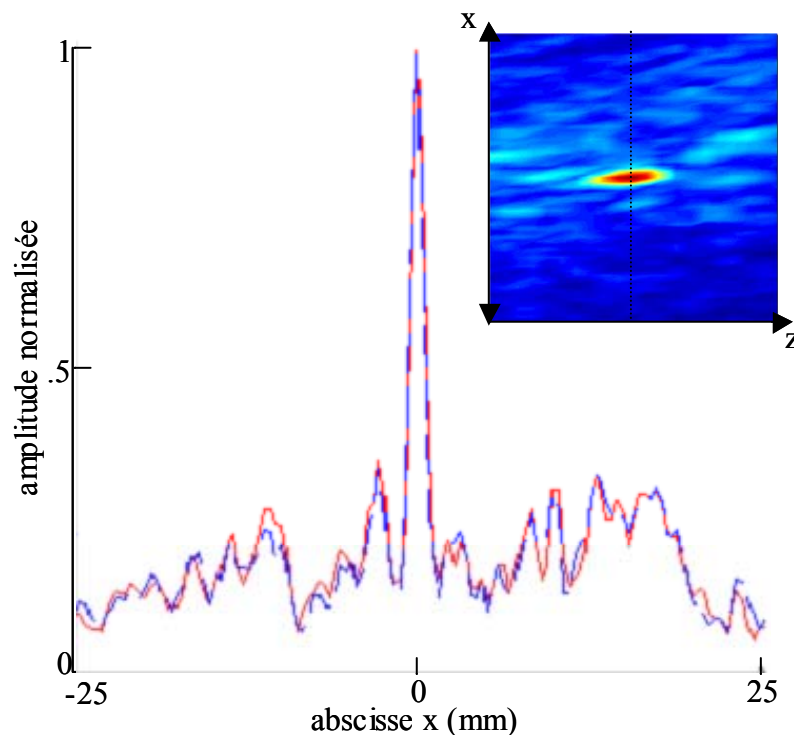


figure 2. 9. Amplitude normalisée du champ de pression selon un profil de tache focale obtenu par Retournement Temporel classique (pointillés bleus) et Retournement Temporel Synthétique (ligne continue rouge).

La figure 2.9. présente les deux profils de taches focales obtenus suite à l'émission des signaux déterminés selon les deux protocoles, le Retournement Temporel classique et le

Retournement Temporel synthétique. L'amplitude des lobes latéraux est comparable pour les deux expériences et reste en moyenne à  $-12$  dB du maximum d'amplitude au point focal. La largeur de la tache focale est, quant à elle, rigoureusement identique pour les deux protocoles et égale à 2 mm, soit légèrement supérieur à la longueur d'onde moyenne qui, elle, est égale à 1,5 mm.

En conclusion, la connaissance des réponses impulsionnelles sur l'ouverture de la cavité, c'est à dire sur sa face avant, permet donc de déduire toutes les réponses impulsionnelles du milieu en regard de la cavité. En d'autres termes, la technique de Retournement Temporel Synthétique permet de focaliser de l'énergie ultrasonore en n'importe quel point d'un domaine 3D, avec la qualité d'une focalisation par Retournement Temporel classique, mais sans l'inconvénient d'acquérir toute la bibliothèque de réponses impulsionnelles en chaque point de ce domaine. Le protocole d'acquisition de la bibliothèque est ainsi allégé. De plus, grâce à cette technique, l'ouverture de la cavité peut être utilisée comme l'ouverture d'une sonde multi-éléments : l'ouverture peut-être apodisée, la focalisation peut s'effectuer en plusieurs points simultanément (multi-focusing), une formation de voie peut y être appliquée.

## **4. Discussion**

Dans cette dernière partie, nous allons analyser le champ rayonné par la cavité durant une expérience de Retournement Temporel. Pour ce faire, le champ acoustique rayonné par l'ouverture est scanné avec l'hydrophone aiguille durant l'émission de la version retournée temporellement d'une réponse impulsionnelle. Un exemple de ce champ, sous forme de B-scan et dont l'amplitude est codée suivant une échelle de couleur, est présenté par la figure 2.10. : il correspond à un champ acoustique focalisant en un point situé à 10 cm devant la face avant de la cavité. Un front d'onde sphérique, dont le centre géométrique est le point focal, apparaît au milieu du bruit acoustique.



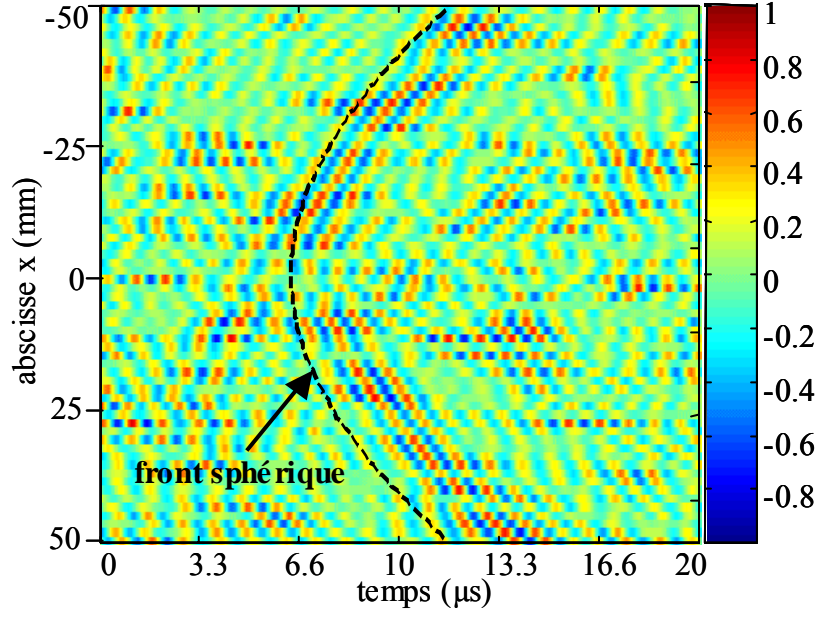


figure 2. 10. B-scan du champ rayonné par l'ouverture de la cavité lors d'une expérience de Retournement Temporel Synthétique. En pointillés noirs est rappelée la loi de retard sphérique correspondant à une focalisation située à 10 cm devant la cavité.

Dans le but de décrire ce champ rayonné par l'ouverture de la cavité, l'équation 2.13. peut être de nouveau développée, grâce à l'expression intégrale de la réponse impulsionnelle  $h(A,B,t)$  :

$$\begin{aligned}
 p(B,t) &= \frac{-1}{4\pi^2 c^2} \cdot e(A,-t) \\
 &\otimes \int_{\Sigma} \frac{\partial h(A,S,-t)}{\partial t} \otimes_t G^L(S,B,-t) \cdot \cos \vartheta \cdot dS \\
 &\otimes \int_{\Sigma} \frac{\partial h(A,S',t)}{\partial t} \otimes_t G^L(S',B,t) \cdot \cos \vartheta' \cdot dS'
 \end{aligned} \tag{2.15}$$

Dans cette expression,  $S$  et  $S'$  sont deux variables indépendantes qui décrivent chacune l'ouverture de la cavité  $\Sigma$ . Les intégrales peuvent donc permuter pour mener à l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
 p(B,t) &= \frac{-1}{4\pi^2 c^2} \cdot e(A,-t) \\
 &\otimes \int_{\Sigma} \int_{\Sigma} \frac{\partial h(A,S,-t)}{\partial t} \otimes_t G^L(S,B,-t) \cdot \cos \vartheta \cdot dS \\
 &\otimes \frac{\partial h(A,S',t)}{\partial t} \otimes_t G^L(S',B,t) \cdot \cos \vartheta' \cdot dS'
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

En comparant cette dernière équation à l'intégrale de Rayleigh décrite par l'équation 2.7, la pression au point  $S'$  situé sur la face avant de la cavité peut être identifiée à l'expression ci-dessous :

$$\frac{\partial p(S', t)}{\partial t} = \frac{j}{2\pi c} \cdot e(A, -t) \otimes_t \int_{\Sigma} \frac{\partial h(A, S, -t)}{\partial t} \otimes_t G^L(S, B, -t) \cdot \cos \vartheta \cdot dS \otimes_t \frac{\partial h(A, S', t)}{\partial t} \quad (2.17)$$

En intégrant l'équation précédente par rapport au temps, nous obtenons l'expression que nous recherchions :

$$p(S', t) = \frac{j}{2\pi c} \cdot e(A, -t) \otimes_t \int_{\Sigma} \frac{\partial h(A, S, -t)}{\partial t} \otimes_t G^L(S, B, -t) \cdot \cos \vartheta \cdot dS \otimes_t h(A, S', t) \quad (2.18)$$

L'équation 2.18. décrit le champ acoustique sur la face avant de la cavité durant une expérience de focalisation par Retournement Temporel. Si le point  $S$  est confondu avec le point  $S'$ , c'est à dire  $S=S'$ , l'autocorrélation  $h(A, S, -t) \otimes h(A, S', t)$  atteindra son maximum : elle représente alors un pic de recompression temporelle. D'après la théorie du Retournement Temporel, cette recompression temporelle est suivie par une onde divergente. Le point  $S$  situé sur la face avant de la cavité peut alors être considéré comme une source secondaire émettant une courte impulsion. Si maintenant nous considérons tous les points  $S$  décrivant la totalité de cette face avant, ces sources secondaires émettent chacune une impulsion selon une loi de

retard sphérique imposée par la fonction de Green en espace libre  $G^L(S, B, t) = \frac{\delta\left(t - \frac{|SB|}{c}\right)}{|SB|}$ .

Comme le montre la figure 2.11, l'ensemble de ces impulsions forme alors un front d'onde sphérique, focalisant au point  $B$  localisé par la fonction de Green. L'équation 2.18. peut donc être interprétée comme une conséquence du principe d'Huygens-Fresnel, puisque le rayonnement de l'ouverture de la cavité est parfaitement décrit au moyen de sa décomposition en sources secondaires.

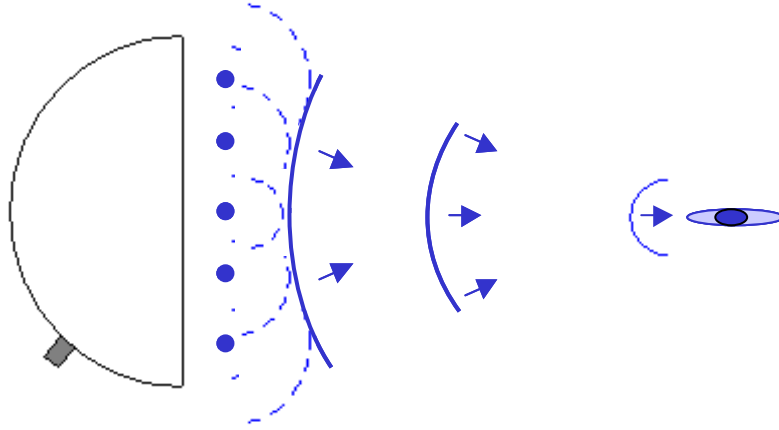


figure 2. 11. Interprétation du principe d'Huygens-Fresnel :  
reconstruction du front sphérique grâce aux sources  
secondaires.

Lorsque l'on observe la figure 2.10. qui représente le champ rayonné, le front sphérique émerge difficilement du bruit qui l'entoure. En effet, le rapport signal sur bruit doit également être pris en compte dans notre approche. Tandis que l'autocorrélation  $h(A, S, -t) \otimes h(A, S', t)$  décrit parfaitement le pic de recompression temporelle lorsque  $S=S'$ , celle-ci décrit également les lobes latéraux, définis par l'amplitude maximale du bruit autour de ce pic, lorsque  $S \neq S'$ . En effet pour chaque source secondaire se situant à la surface de la cavité, les lobes latéraux de toutes les autres sources viennent perturber le champ émis par la source considérée et dégrader le pic de recompression temporel. Cette considération qualitative explique pourquoi le front sphérique de la figure 2.11. n'apparaît pas clairement dès le premier coup d'œil et semble être noyé dans le bruit.

D'un point de vue quantitatif, la propriété d'ergodicité de la cavité nous permet de montrer que le rapport signal sur bruit est le même à l'intérieur de la cavité (sur la face avant) qu'à l'extérieur de la cavité (au point focal, dans l'eau). Lors d'une focalisation par Retournement Temporel en un point quelconque dans l'eau, le front d'onde sphérique émis par la face avant de la cavité peut être décomposé en  $M$  sources secondaires. Comme nous venons de le voir, chacune d'elles résulte d'une recompression temporelle et comporte des lobes latéraux. Nous désignons l'amplitude de ce pic de recompression temporelle par  $P$  et le niveau moyen des lobes latéraux par  $N$ . Dans ce cas, le rapport signal sur bruit d'une source secondaire s'écrit  $P/N$ . Mais nous devons également considérer l'influences des lobes latéraux des  $M-1$  autres sources secondaires qui s'ajoutent au champ émis par la source considérée. Ces lobes latéraux sont issus de champs acoustiques décorrélés si bien que l'amplitude du

champ résultant de leur superposition est proportionnelle à  $\sqrt{M}$ . Le rapport signal sur bruit d'une source secondaire décroît alors vers la quantité donnée par le rapport  $\frac{P}{\sqrt{M} \cdot N}$ . Lors de la propagation du champ rayonné par la cavité dans l'eau, le pic de recompression temporel émis par chaque source secondaire se somme de manière cohérente, c'est à dire que l'amplitude résultante à cette sommation est proportionnelle à  $M$ . De la même manière que précédemment, l'amplitude du champ résultant de la superposition du bruit de chaque source est, quant à elle, proportionnelle à  $\sqrt{M}$ . Au point focal situé dans l'eau, le rapport signal sur bruit du champ résultant de toutes ces sommations s'écrit enfin  $\frac{M \cdot P}{\sqrt{M} \cdot \sqrt{M} \cdot N} = \frac{P}{N}$ . Ce résultat important indique que le rapport signal sur bruit de la focalisation au point focal est donc égal au rapport signal sur bruit sur la surface de la cavité.

Le rapport signal sur bruit expérimental est quantifié, sur la surface de la cavité et au point focal, au moyen du contraste. Comme on le voit sur la figure 2.12., le contraste est défini comme le rapport entre l'intensité du pic de focalisation temporelle  $I_{pic}$  et l'intensité du bruit déterministe qui l'entoure  $I_{bruit}$ . Notons que cette définition du contraste est celle utilisée par d'autres auteurs<sup>28</sup> pour des focalisations par Retournement Temporel dans des milieux multi-diffuseurs.

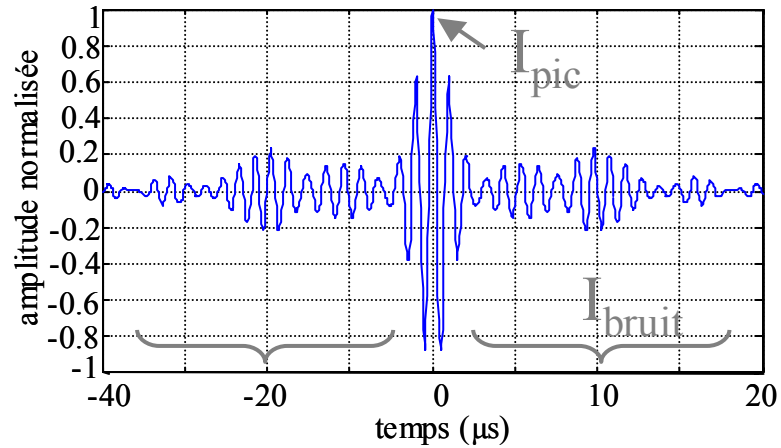


figure 2. 12. Recompression Temporelle suite à une expérience de Retournement Temporel sur la face avant de la cavité.

La figure 2.13. présente le contraste expérimental des sources secondaires virtuelles, situées sur la face avant de la cavité, lors d'une expérience de focalisation par Retournement Temporel. La moyenne spatiale du contraste (calculée sur toute la surface en terme d'intensité, puis transposée en décibel) est de 20,3 dB. Au point focal situé dans l'eau devant la cavité, le contraste atteint 21,7 dB. Ce résultat expérimental valide donc le raisonnement théorique précédent.

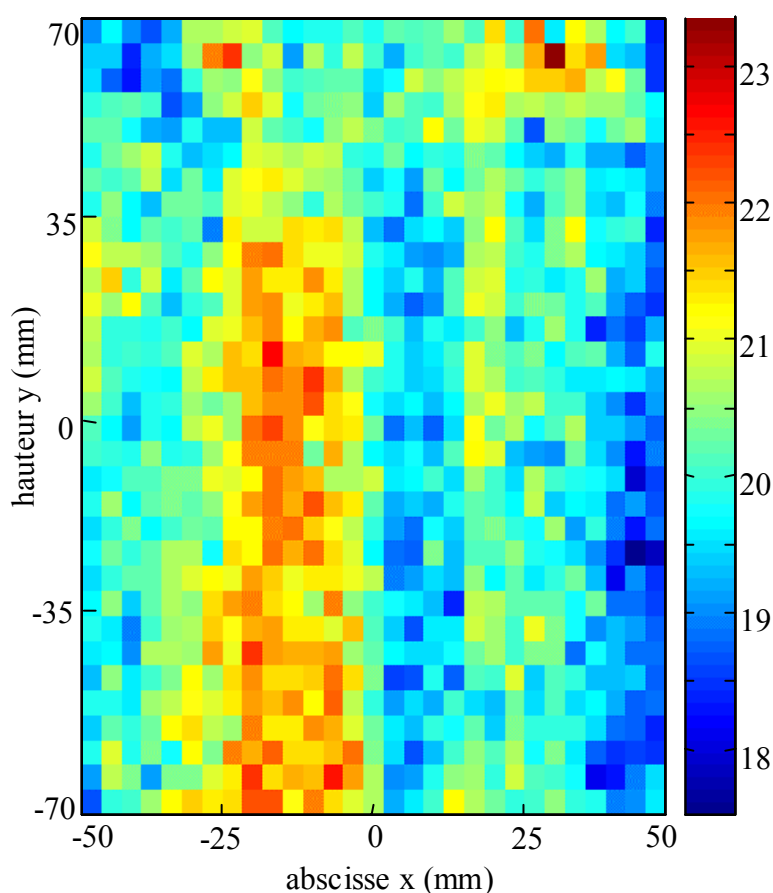


figure 2. 13. Contraste du champ acoustique sur la face avant de la cavité lors d'une expérience de Retournement Temporel.

## 5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons mis en évidence les paramètres qui fixent la résolution d'un appareil d'imagerie utilisant une cavité comme sonde acoustique. La qualité de

focalisation dépend de l'aptitude de la cavité solide à mélanger le champ acoustique émis par le transducteur, de telle sorte que deux points voisins situés dans l'eau possèdent des signatures acoustiques décorréliées. Cette caractéristique peut être obtenue en utilisant des cavités de géométrie ergodique.

Une étude plus approfondie de la tache focale dans l'eau nous a permis de relier sa largeur à mi-hauteur aux dimensions de la face avant de la cavité, qui devient alors l'ouverture rayonnante de la sonde. L'application du principe d'Huygens-Fresnel nous permet d'exploiter cette ouverture et donne naissance à la technique de Retournement Temporel Synthétique. La théorie et les résultats expérimentaux montrent que la connaissance des réponses impulsionnelles sur la face avant de la cavité permet de focaliser un champ ultrasonore en n'importe quel point à l'extérieur de la cavité, avec la qualité de focalisation du Retournement Temporel classique. De plus, la connaissance de ces réponses impulsionnelles nous permet d'estimer le contraste de la focalisation. Une étude plus approfondie de ce contraste fait l'objet du chapitre suivant.

## Annexe B : Intégrale de Rayleigh dans le domaine temporel

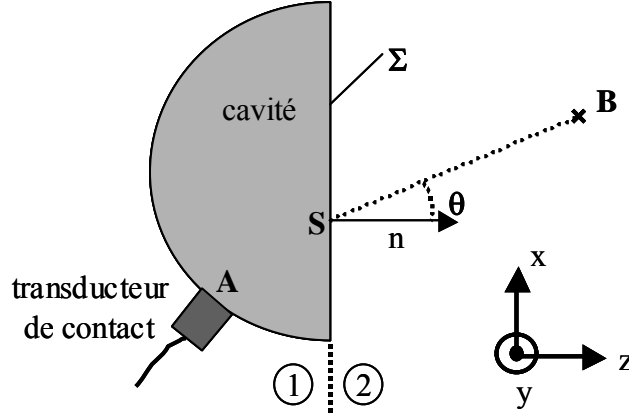


figure B. 1. Schéma et notation

La cavité solide est plongée dans un fluide. Son ouverture rayonnante  $\Sigma$  est définie comme étant la surface en contact avec le domaine dans lequel l'énergie ultrasonore doit être focalisée, c'est à dire sa face avant. Nous calculons le champ acoustique au point  $B$ , à l'extérieur de la cavité, grâce à la deuxième intégrale de Rayleigh qui correspond aux conditions aux limites de Dirichlet sur cette surface. Ces conditions aux limites expriment le cas d'un baffle mou (condition aux limites libres), utilisées pour décrire les ondes acoustiques excitées par un transducteur dans un fluide<sup>29</sup>. A partir de l'équation d'onde acoustique en terme de pression  $p$ ,

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{B. 1})$$

on peut écrire le théorème de Helmholtz-Kirchhoff :

$$p(B) = \int_{\text{surf}} \left[ \frac{\partial p(S)}{\partial n} \cdot G - p(S) \cdot \frac{\partial G}{\partial n} \right] \cdot dS. \quad (\text{B. 2})$$

$G$  représente la fonction de Green du milieu et  $n$  le vecteur normal à la surface d'intégration.  $S$  est un point décrivant cette surface. Si maintenant cette surface se limite à une ouverture finie  $\Sigma$ , l'intégrale de Rayleigh en régime harmonique sous l'hypothèse de baffle mou donne la pression en  $B$  devant cette ouverture :

$$p(B, \omega) = \int_{\Sigma} -p(S, \omega) \cdot \frac{\partial G}{\partial n} \cdot dS. \quad (\text{B. 3})$$

Dans cette expression,  $p(B, \omega)$  et  $p(S, \omega)$  sont les composantes fréquentielles de  $p(B, t)$  et  $p(S, t)$ . Pour passer du régime monochromatique à une expression dans le domaine temporel, nous allons considérer la transformée de Fourier inverse de cette intégrale de Rayleigh :

$$p(B, t) = - \iint_{\Sigma, \omega} p(S, \omega) \cdot \frac{\partial G}{\partial n} \cdot e^{j\omega t} \cdot dS \cdot d\omega. \quad (B. 4)$$

Or la fonction de Green harmonique en milieu homogène s'écrit :

$$G(SB, \omega) = e^{-jkSB} / 2\pi SB$$

avec  $SB = |\overline{SB}|$ . La dérivée par rapport à la normale s'écrit :

$$\frac{\partial G}{\partial n} = -\frac{jk}{2\pi} \cdot \frac{(1 + 1/jkSB) \cos \vartheta}{SB} e^{-jkSB}.$$

Si nous supposons  $B$  loin de la surface :  $SB \gg \lambda$ , alors il reste :

$$\frac{\partial G}{\partial n} \approx -\frac{jk}{2\pi} \cdot \frac{\cos \vartheta}{SB} e^{-jkSB}.$$

En injectant ce résultat dans l'expression de la pression au point  $B$ , on obtient :

$$\begin{aligned} p(B, t) &\approx \frac{j}{2\pi c} \iint_{\Sigma, \omega} \omega \cdot p(S, \omega) \cdot \frac{\cos \vartheta}{SB} e^{-j\omega SB/c} \cdot e^{j\omega t} \cdot dS \cdot d\omega \\ &\approx \frac{j}{2\pi c} \iint_{\Sigma, \omega} \omega \cdot p(S, \omega) \cdot e^{j\omega(t - SB/c)} \cdot d\omega \cdot \frac{\cos \vartheta}{SB} \cdot dS \\ &\approx \frac{j}{2\pi c} \int_{\Sigma} \frac{\partial p}{\partial t} \left( S, t - \frac{SB}{c} \right) \cdot \frac{\cos \vartheta}{SB} \cdot dS \\ &\approx \frac{j}{2\pi c} \int_{\Sigma} \left[ \frac{\partial p}{\partial t} (S, t) \otimes_t \delta \left( t - \frac{SB}{c} \right) \right] \cdot \frac{\cos \vartheta}{SB} \cdot dS \end{aligned} \quad (B. 5)$$

A l'aide de la fonction de Green en milieu libre  $G^L(S, B, t)$  :

$$G^L(S, B, t) = \frac{1}{|SB|} \cdot \delta \left( t - \frac{|SB|}{c} \right), \quad (B. 6)$$

la pression au point  $B$  s'écrit finalement :

$$p(B, t) = \frac{j}{2\pi c} \int_{\Sigma} \frac{\partial p(S, t)}{\partial t} \otimes_t G^L(S, B, t) \cdot \cos \vartheta \cdot dS. \quad (B. 7)$$





## **Chapitre 3 : Contraste**



La résolution et le contraste sont deux caractéristiques importantes d'une image. Dans ce chapitre, nous allons étudier le contraste de focalisation obtenue par Retournement Temporel avec une cavité solide.

Les résultats expérimentaux de contraste sont décrits par une théorie basée sur la décomposition modale des réponses impulsionnelles. Cette théorie met en évidence l'influence de paramètres physiques, qui peuvent être divisés en deux groupes : les paramètres du transducteur de contact comme la bande passante, la sensibilité ou bien la durée d'émission du signal retourné temporellement et les paramètres de la cavité comme le temps d'atténuation, le temps de Heisenberg et les propriétés statistiques de la distribution d'amplitude des modes de vibration.

Ce contraste est ensuite amélioré grâce à une technique de focalisation par Filtre Inverse dans un premier temps, puis par l'ajout de transducteurs. Ces améliorations sont analysées grâce à la théorie mise au point précédemment et mènent à un résultat surprenant : dans le cas idéal où le temps de Heisenberg est inférieur au temps d'atténuation, et où le système d'émission-réception possède une grande sensibilité, seul quelques capteurs suffisent à focaliser les ondes acoustiques avec la qualité optimale d'une focalisation multi-transducteurs.

## **1. Définition du contraste expérimental**

A la fin du chapitre précédent, nous avons vu que le contraste d'une focalisation par Retournement Temporel des ultrasons dans l'eau, à l'extérieur de la cavité, est identique à celui d'une focalisation à l'intérieur de la cavité, en particulier sur sa face avant. L'étude du contraste de focalisation par Retournement Temporel, développée au cours de ce chapitre, se limitera donc aux focalisations d'ultrasons par Retournement Temporel sur la face avant de la cavité. De plus la propriété d'ergodicité (cf. annexe A) de la cavité nous assure que le niveau moyen de lobes secondaires spatiaux est égal au niveau moyen des lobes secondaires temporels. Grâce à cette propriété, l'étude du contraste peut s'effectuer à partir de la seule analyse de la recompression temporelle. Cette étude consiste donc à calculer le contraste du signal émergeant de la face avant de la cavité, suite à une expérience de Retournement Temporel en ce même point.

La configuration expérimentale décrite par la figure 3.1 nous permet d'enregistrer d'une part la réponse impulsionnelle qui relie le point source, le transducteur de contact, à un point de la face avant, et d'autre part le signal de la recompression temporelle dans une expérience de Retournement Temporel. La cavité est un demi-cylindre de Duraluminium plongé dans l'air ambiant, de dimensions beaucoup plus petites (rayons de 20 mm et hauteur de 40 mm) que celles du demi-cylindre employé au chapitre 2. D'un point de vue expérimental, l'observation des modes de vibration est plus facile car ils s'établissent avant que les effets de dissipation ne deviennent prépondérants. Nous aurons l'occasion de revenir en détail sur ce point important au cours de ce chapitre. Le transducteur de contact, dont la fréquence centrale est de 1 MHz, émet une impulsion ( $\sim 1\mu\text{s}$ ), qui se réfléchit sur les parois de la cavité et génère des déplacements de la face avant de la cavité. Ces déplacements sont alors mesurés localement grâce à un interféromètre optique, mis au point par Daniel Royer<sup>30</sup>. On peut noter que la bande passante de cette sonde s'étend sur plus de 10 MHz, tandis que celle du transducteur de contact est limitée à 0,2-2 MHz.

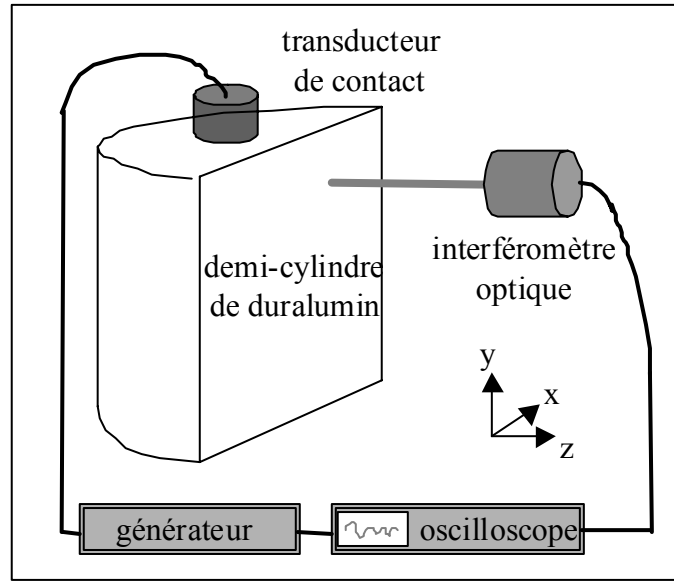


figure 3. 1. Schéma de la configuration expérimentale.

Une réponse impulsionnelle  $h(t)$  ainsi obtenue est tracée sur la figure 3.2. Elle possède les caractéristiques des réponses impulsionnelles observées auparavant, à savoir une apparence de champ diffus pondéré par une lente décroissance exponentielle. Cette décroissance du signal est due, en grande partie, aux pertes d'énergie par radiation à chaque réflexion de l'onde sur les parois de la cavité (l'absorption de l'énergie acoustique par le duraluminium, dont est constituée la cavité, est faible).

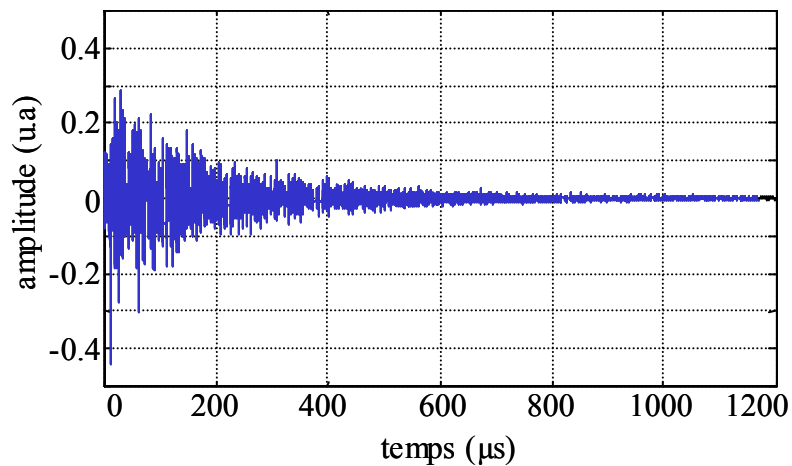


figure 3. 2. Déplacements mesurés par l'interféromètre optique sur la face avant de la cavité, suite à l'émission d'une impulsion par le transducteur de contact.

Une partie de cette réponse impulsionnelle est ensuite réémise par le transducteur de contact, dans sa version retournée temporellement. Au point d'acquisition de la réponse impulsionnelle sur la face avant de la cavité, une focalisation spatio-temporelle de l'énergie acoustique est observée. La recompression temporelle donnant lieu à cette focalisation peut être écrite sous la forme de l'équation suivante :

$$s(t) = [W(-t - \Delta T) \cdot h(-t)] \otimes_t h(t) \quad (3.1)$$

dans laquelle  $W(-t - \Delta T)$  représente une fonction carré d'amplitude unité et de largeur  $\Delta T$  : il s'agit de la fenêtre de Retournement Temporel. Ce paramètre  $\Delta T$  représente alors la longueur du signal retourné temporellement.

Si le temps de recompression temporelle est choisi comme origine des temps, le contraste, tel qu'il est défini dans le chapitre précédent, s'écrit comme :

$$C = \frac{I_{\text{pic}}}{I_{\text{bruit}}} = \frac{s(t=0)^2}{s(t \neq 0)^2} \quad (3.2)$$

Arnaud Derode *et al.*<sup>31</sup> donnent une interprétation physique de la recompression temporelle en terme de grains d'information. Une réponse impulsionnelle peut être décomposée en une suite de grains d'information décorrélés, de durée égale à celle de l'impulsion initiale. Le pic de focalisation résulte d'une somme cohérente de ces grains d'information tandis que le bruit déterministe environnant ce pic résulte, quant à lui, d'une sommation incohérente de ces mêmes grains. Ces grains d'information peuvent également être définis dans le domaine fréquentiel : ils sont identifiés aux modes propres de vibration de la cavité. Le développement théorique à partir de l'équation 3.2, ainsi que l'étude expérimentale du contraste seront donc fondés sur la connaissance de ces modes propres de vibration. Le développement théorique est exposé dans le paragraphe suivant : nous allons maintenant montrer comment nous pouvons définir expérimentalement les modes propres de la cavité.

Vers la fin du XVIII<sup>ème</sup> siècle, Chladni observe les modes propres de vibration de plaques de laiton fixées en leur centre à un support fixe. Ces plaques sont saupoudrées de sable et frottées en un point de leur pourtour au moyen d'un archet. Comme le montre la figure 3.3, les grains de sable se rangent aux nœuds des vibrations de la plaque et dessinent alors les figures géométriques complexes des modes propres de vibration.

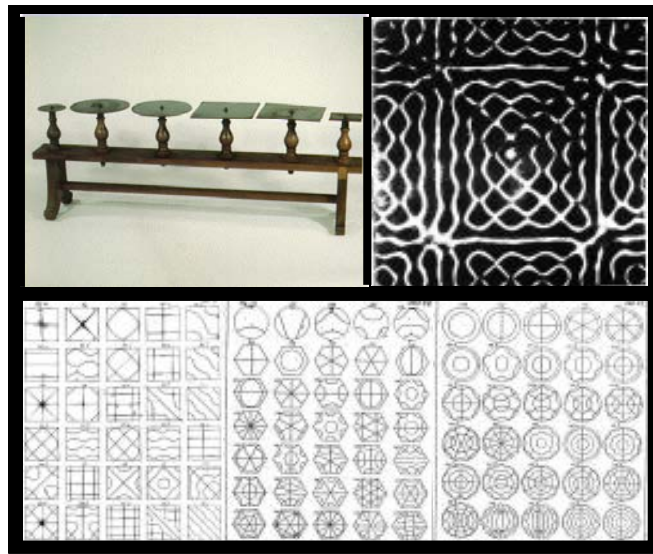


figure 3. 3. Modes propres de vibration observés par Chladni à la fin du XVIII<sup>ème</sup> siècle.

Notre configuration expérimentale permet également de visionner et de mesurer les modes propres de vibration de la cavité. Le transducteur de contact émet des impulsions de  $1\mu s$  et l'interféromètre optique est déplacé le long de l'axe horizontal (abscisse  $x$ ), avec un pas spatial de  $0,5\text{ mm}$ , à chaque émission de l'impulsion. Pour chaque position, l'interféromètre mesure donc une réponse impulsionnelle  $h(t,x)$  et, finalement, l'ensemble de ces réponses forme un B-scan des déplacements de la face avant de la cavité. Puis, grâce à l'application d'une transformée de Fourier numérique à chacune des réponses, nous obtenons le spectre fréquentiel du B-scan  $H(\omega,x)$ . La figure 3.4. présente l'amplitude de vibration, codée en niveau de gris, d'un tel spectre.

A chaque fréquence résonante de la cavité, correspond une vibration présente sur tout le long de la ligne d'acquisition. L'amplitude de cette vibration varie évidemment avec la position d'observation et l'on peut voir que les basses fréquences présentent 3 nœuds de vibration le long de la ligne d'acquisition, tandis que les hautes fréquences en comportent beaucoup plus. Nous sommes donc capables de mesurer précisément la distribution d'amplitude spatiale de chaque mode propre de vibration sur la face avant de la cavité. Sous le spectre du B-scan, la figure 3.4 présente la moyenne sur les points de mesure, de cette distribution d'amplitude. Le spectre moyenné présente des pics d'amplitude qui s'élèvent alors jusqu'à  $35\text{ dB}$  au-dessus du niveau de bruit moyen pour les plus forts d'entre eux. Les amplitudes de vibration des fréquences qui ne correspondent pas à des modes propres ne



résistent pas à l'application de la moyenne et se noient dans le bruit. Les fréquences propres de résonance de la cavité peuvent donc être distinguées des fréquences non résonantes. Grâce à une détection de maxima et à un seuil de détection en amplitude choisi à  $-35\text{dB}$  de l'amplitude maximale, plus de 150 fréquences propres de résonance sont identifiées avec une grande précision.

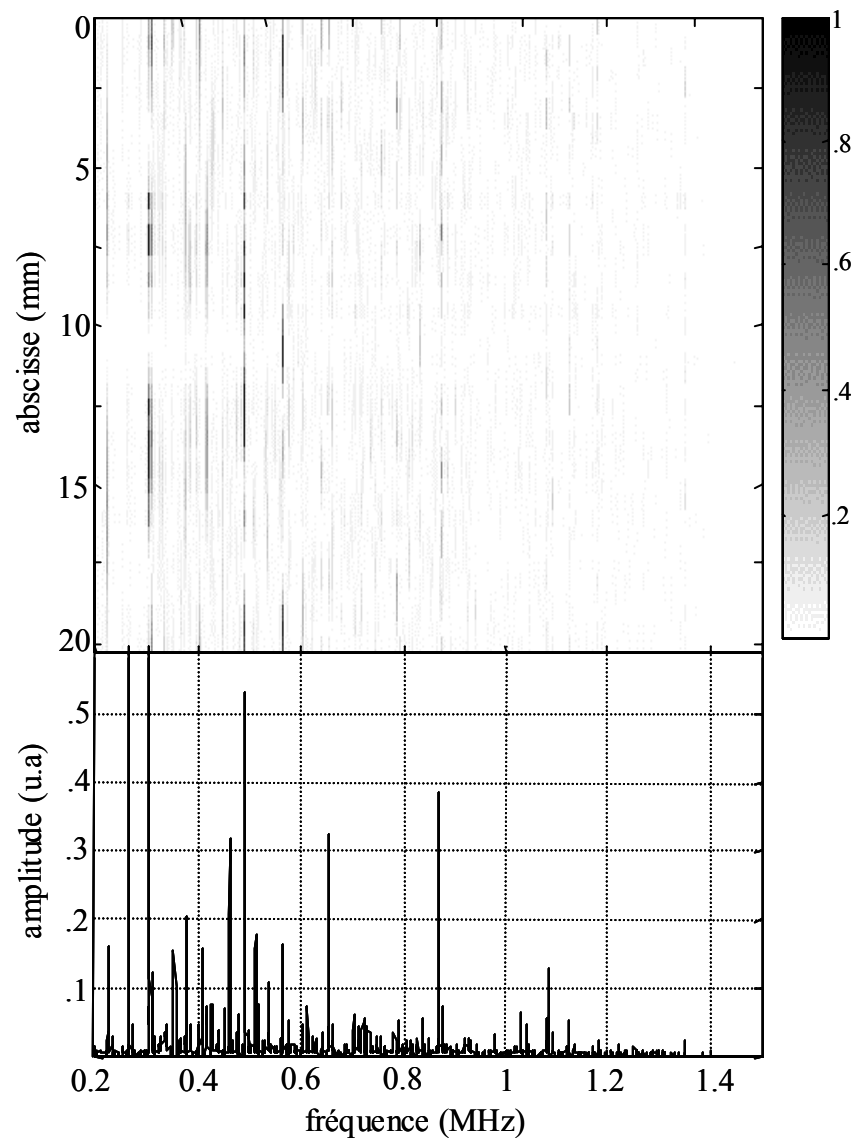


figure 3. 4. Amplitude normalisée du spectre d'un B-scan représentant les déplacements de la surface de la cavité. En dessous, un zoom de la moyenne de ce spectre sur l'espace. Les fréquences propres de résonance sont distinctement définies.

## 2. Contraste dans une cavité : l'approche théorique

Le calcul du contraste théorique au moyen de la décomposition fréquentielle est développé dans son intégralité en annexe. Auparavant, les hypothèses nécessaires à ce développement doivent être examinées avec soin et justifiées.

### 2.1. Atténuation de la réponse impulsionnelle : $\tau_a$

Une réponse impulsionnelle peut être décomposée sur une base constituée des fréquences propres de la cavité. Dans une cavité réverbérante dissipative, cette décomposition peut s'écrire, pour les temps  $t > 0$ , comme suit :

$$h(t) = e^{-t/\tau_a} \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k \cdot \sin(\omega_k t). \quad (3.3)$$

Dans cette expression, le coefficient  $\alpha_k$  représente l'amplitude associée à chaque fréquence  $\omega_k$ . Le temps d'atténuation  $\tau_a$  est le paramètre qui traduit l'atténuation exponentielle de la réponse impulsionnelle. L'écriture de l'atténuation générale dans l'expression 3.3 requiert la justification de plusieurs hypothèses implicites.

Tout d'abord l'atténuation est supposée être indépendante de la fréquence. En d'autres termes, la bande passante fréquentielle du transducteur est supposée suffisamment étroite pour que le coefficient d'absorption reste constant sur tout le domaine fréquentiel. Une autre hypothèse suppose que les multiples réflexions de l'onde sur les parois d'une cavité ergodique induisent une perte d'amplitude exponentielle avec le temps de propagation. Cette loi a été énoncée pour la première fois par Sabine<sup>32</sup>, dans le but de caractériser l'acoustique des salles et étudiée de manière plus approfondie par Fabrice Mortessagne<sup>33</sup>.

Un modèle plus complexe a été proposé par O.I. Lobkis et R.L. Weaver<sup>34</sup>. Ils supposent que les pertes par radiation atténuent toutes les fréquences de manière différente, selon le couplage de la vibration correspondante avec le milieu extérieur. Ces pertes suivent une distribution aléatoire et l'amplitude des modes de vibration doit être considérée complexe pour décrire au mieux la réalité. Notre hypothèse, bien que basée sur un modèle plus simple, conduit néanmoins à des résultats pertinents.

Finalement, l'atténuation d'une réponse impulsionnelle est considérée indépendante de la fréquence, et dans ce cas, l'exponentielle représentant l'enveloppe d'une réponse impulsionnelle atténuée est écrite à l'extérieur de la somme sur les fréquences (comme il est présenté dans l'équation 3.3.). Nous allons maintenant discuter des termes se trouvant à l'intérieur de cette somme, c'est à dire des termes dépendant de la fréquence.

## 2.2. Temps de Heisenberg et densité modale

Lorsque la bande passante fréquentielle est limitée, une cavité réverbérante possède un nombre fini de modes propres de vibration. Nous pouvons alors définir la densité modale de la cavité, comme le nombre de modes propres par unité de pulsation. Théoriquement, la densité modale d'une cavité peut être déduite de la formule de Weyl<sup>23</sup> qui donne le nombre de modes propres  $N$  contenus dans un spectre de pulsation  $\omega$  en fonction du volume de la cavité  $V$  et de sa surface  $S$ . Les deux premiers termes de cette formule de Weyl s'écrivent ainsi :

$$N(\omega) = \frac{4\pi V}{3} \left( \frac{2}{c_T^3} + \frac{1}{c_L^3} \right) \left( \frac{\omega}{2\pi} \right)^3 + \frac{\pi S}{4} \frac{2 - 3 \left( \frac{c_L}{c_T} \right)^2 + 3 \left( \frac{c_L}{c_T} \right)^4}{c_L^2 \left[ \left( \frac{c_L}{c_T} \right)^2 - 1 \right]} \left( \frac{\omega}{2\pi} \right)^2 \quad (3.4)$$

Dans cette équation,  $c_T$  et  $c_L$  sont respectivement la vitesse des ondes transverses et celle des ondes longitudinales dans la cavité. Pour obtenir la densité modale  $n_0$  de la cavité, il suffit de dériver l'expression précédente par rapport à la pulsation.

$$2\pi n_0(\omega) = 4\pi V \left( \frac{2}{c_T^3} + \frac{1}{c_L^3} \right) \left( \frac{\omega}{2\pi} \right)^2 + \frac{\pi S}{2} \frac{2 - 3 \left( \frac{c_L}{c_T} \right)^2 + 3 \left( \frac{c_L}{c_T} \right)^4}{c_L^2 \left[ \left( \frac{c_L}{c_T} \right)^2 - 1 \right]} \frac{\omega}{2\pi} \quad (3.5)$$

Brièvement énoncé au début de ce chapitre, l'avantage de l'utilisation d'une petite cavité est démontré ici : une petite cavité possède peu de modes de vibration (car d'après Weyl, le nombre de modes est proportionnel au volume de la cavité), si bien qu'un faible temps de réverbération de l'onde acoustique est nécessaire pour les observer.

La densité modale est homogène à un temps : dans la littérature, on lui donne le nom de temps de Heisenberg de la cavité,  $t_H$ . De façon plus générale, il est défini comme l'inverse de l'espacement moyen des niveaux d'énergie  $\langle \Delta E \rangle$ <sup>35</sup>.

$$t_H = \frac{h}{\langle \Delta E \rangle} \quad (3.6)$$

où  $h$  représente la constante de Planck. Si on considère l'énergie d'un phonon acoustique est donnée par  $\langle \Delta E \rangle = \hbar \langle \Delta \omega \rangle$ , où  $\langle \Delta \omega \rangle$  représente l'écart fréquentiel moyen entre deux modes propres voisins. Il convient de noter que dans tous les cas  $\langle \Delta E \rangle \neq 0$ . Le temps de Heisenberg  $t_H$  peut s'écrire comme suit :

$$t_H = \frac{h}{\hbar \langle \Delta \omega \rangle} = \frac{2\pi}{\langle \Delta \omega \rangle} = 2\pi n_0 \quad (3.7)$$

Dans le cas d'une cavité réverbérante dont le temps d'atténuation est suffisamment long, le temps de Heisenberg est le temps au delà duquel les modes propres de vibration sont résolus. Le temps de Heisenberg est alors égal à la densité de modes théorique de la cavité  $n_0$ . D'après l'équation 3.5., le temps de Heisenberg théorique du demi-cylindre utilisé dans les expériences est estimé à 90 ms.

Nous avons défini les paramètres physiques caractéristiques d'un champ réverbéré par une cavité réverbérante et rayonnante, à savoir le temps d'atténuation et le temps de Heisenberg. Nous allons maintenant étudier leur influence sur le contraste d'une focalisation par Retournement Temporel.

### 2.3. Expression théorique du contraste

Le détail des calculs qui conduisent à l'expression finale du contraste théorique est présenté en annexe. Cette expression finale est la suivante :

$$\frac{I_{pic}}{I_{bruit}} = \frac{4\sqrt{\pi} \cdot T_H \cdot \Delta\Omega \cdot \text{shc}^2\left(\frac{\Delta T}{\tau_a}\right)}{\frac{\langle \alpha^4 \rangle}{\langle \alpha^2 \rangle^2} \text{shc}^2\left(\frac{\Delta T}{\tau_a}\right) + \frac{T_H}{\Delta T} \text{shc}\left(\frac{2\Delta T}{\tau_a}\right) - \frac{1}{\Delta T^2} \int_{-\infty}^{\infty} z(t) \otimes_t z(-t) \cdot b\left(\frac{t}{T_H}\right) dt}$$

(3. 8)

Les variables contenues dans cette expression sont rappelées :

$T_H$  : temps de Heisenberg théorique de la cavité

$\Delta\Omega$  : bande passante fréquentielle de l'émission supposée gaussienne

$\Delta T$  : durée de la fenêtre de Retournement Temporel

$\tau_a$  : temps d'absorption de la cavité

$\langle \alpha \rangle$  : moyenne d'ensemble de l'amplitude des modes propres de vibration (en un point spatial)

$z(t)$  et  $b(t)$  sont des fonctions définies en annexe et  $shc(x) = \sinh(x)/x$

On peut noter que le facteur  $\langle \alpha^4 \rangle / \langle \alpha^2 \rangle^2$  est le facteur d'aplatissement (« flatness factor ») de la distribution d'amplitude des modes de vibration de la cavité. Ce facteur d'aplatissement est d'ailleurs utilisé dans les études hydrodynamiques de tourbillons pour déterminer le comportement chaotique ou non d'un écoulement. Dans le cas d'une cavité chaotique, l'amplitude des modes propres de vibration peut être considérée comme une variable aléatoire de distribution gaussienne, si bien que le facteur d'aplatissement tend vers 3. Récemment O.I. Lobkis et R. L. Weaver<sup>34</sup> montrent que si une certaine atténuation est prise en compte, alors ce facteur d'aplatissement peut chuter jusqu'à 2.

Nous allons maintenant discuter des comportements asymptotiques de cette expression générale du contraste et les interpréter physiquement. Au vu des paragraphes précédents, il convient de discerner deux cas : le système est très faiblement dissipatif auquel cas le temps de Heisenberg est petit devant le temps d'atténuation  $T_H \ll \tau_a$  ou bien la dissipation du système n'est pas négligeable si bien que  $\tau_a \ll T_H$ .

### 3. Contraste sans atténuation : $T_H \ll \tau_a$

Dans le but de valider la théorie et de montrer l'influence du temps de Heisenberg sur le contraste, nous devons considérer un système peu atténuant, pour lequel le temps d'atténuation est bien plus long que le temps de Heisenberg. Cette condition est réalisable expérimentalement, lorsque la cavité est plongée dans un vide poussé pour limiter les pertes par rayonnement. Cette configuration particulière sera finalement assurée par une simulation

numérique. De plus, grâce à la simulation, le volume de la cavité, et par conséquent son temps de Heisenberg, pourra être facilement modifié sans changer les autres paramètres d'acquisition. Les résultats issus de cavités possédant des temps de Heisenberg différents pourront donc être comparés en toute rigueur.

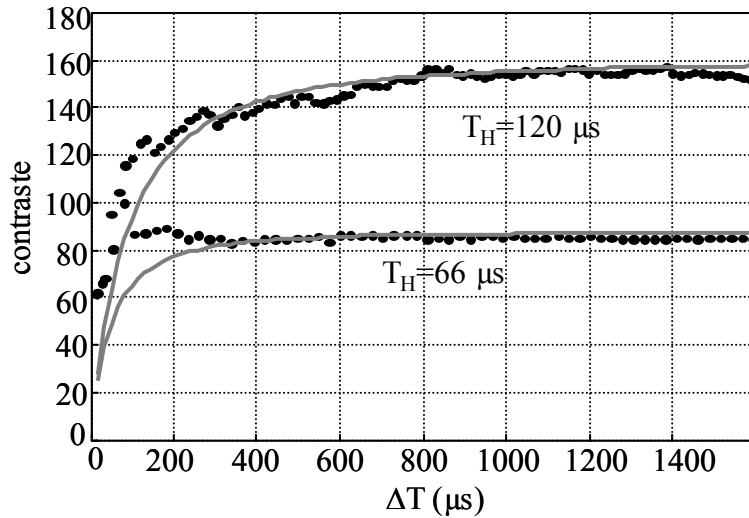


figure 3. 5. Evolution du contraste théorique (ligne grise), et calculé à partir de signaux simulés (pointillés noirs) de recompressions temporelles obtenues dans deux cavités possédant des temps de Heisenberg différents.

Les signaux sont issus d'une simulation aux différences finies de l'équation d'ondes élastiques 2D, basé sur un schéma explicite centré. La fréquence d'échantillonnage de la simulation est de 20 MHz et le pas d'échantillonnage spatial est de 0,6mm. Ce code numérique permet de simuler la propagation d'ondes dans un solide élastique, immergé dans le vide (condition aux limites de Dirichlet) de telle sorte que les pertes par radiation sont nulles. Les caractéristiques physiques de la cavité sont celles du Duraluminium :  $V_T=3040m/s$ ,  $V_L=6420m/s$ ,  $\rho=2700kg/m^3$ . La figure 3.5. présente l'évolution du contraste de recompressions temporelles obtenues dans deux cavités en forme de disque tronqué (troncature perpendiculaire au rayon, à la distance de 60% du rayon à partir du centre du disque) de rayons différents (17 et 25 mm), en fonction de la durée du signal réémis  $\Delta T$ . Dans ces configurations, le temps de réverbération des ondes acoustiques est nettement supérieur au temps de Heisenberg. Sur la figure 3.5 est également tracée l'évolution du contraste théorique donnée par l'équation 3.8 (courbes grises). Les paramètres nécessaires au calcul du contraste théorique sont déduits des données simulées. La bande passante fréquentielle (largeur à -6dB)

est calculée par transformée de Fourier de l'impulsion initiale,  $\Delta\Omega = 0,75 \text{ MHz}$ . Le temps d'atténuation est obtenu par ajustement d'une exponentielle décroissante à l'enveloppe des réponses impulsionnelles : dans le cas présent  $\tau_a$  peut être estimé supérieur à 35 ms. Enfin le facteur d'aplatissement est calculé d'après l'amplitude des modes de vibration contenus dans le spectre (cf. paragraphe 1), et prend la valeur de 3. Le temps de Heisenberg de chaque cavité est déduit d'un ajustement du contraste théorique de l'équation 3.8 avec les résultats simulés :  $T_H = 66 \mu s$  pour la plus petite et  $T_H = 120 \mu s$  pour la plus grande. La formule de Weyl 2D indique que le temps de Heisenberg est proportionnel à la surface de la cavité. Comme la grande cavité possède une surface ( $1,7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ ) à peu près double de celle de la petite ( $7,78 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ ), il est donc normal de trouver des temps de Heisenberg respectant un rapport d'environ 2.

Déjà observés par Carsten Draeger et Mathias Fink<sup>36,37</sup>, et Julien de Rosny<sup>38</sup>, deux comportements de l'évolution du contraste sont clairement identifiés : le contraste croît linéairement avec la durée du signal retourné temporellement lorsque celle-ci est inférieure à 100  $\mu s$ , puis sature et marque un plateau pour les durées de signal plus longues. Ces 2 comportements sont décrits par les expressions asymptotiques de l'équation 3.8, lorsque les cas limites de la durée du signal d'émission sont considérés.

**i).  $\Delta T \ll T_H$**

Les fonctions  $shc$  tendent vers 1. La fonction  $z(t) \otimes_t z(-t)$  est beaucoup plus étroite que la fonction  $b(t/T_H)$  si bien que l'intégrale du dénominateur converge vers  $b(0)$  soit vers 0.  $\langle \alpha^4 \rangle / \langle \alpha^2 \rangle^2$  est de l'ordre de l'unité donc négligeable devant  $T_H / \Delta T$ . Le contraste s'écrit donc dans ce régime limite :

$$\frac{I_{pic}}{I_{bruit}} = 4\sqrt{\pi} \cdot \Delta\Omega \cdot \Delta T \quad (3.9)$$

Le contraste croît linéairement avec la durée du signal retourné temporellement  $\Delta T$ . La pente de cette croissance dépend de la largeur de bande passante  $\Delta\Omega$ .

**ii).  $T_H \ll \Delta T$**

Cette fois ci la fonction  $z(t) \otimes_t z(-t)$  est beaucoup plus large que la fonction  $b(t/T_H)$ . Ainsi l'intégrale du dénominateur converge vers  $\int_{-\infty}^{\infty} b\left(\frac{t}{T_H}\right) dt$  soit vers  $T_H \int_{-\infty}^{\infty} b(u) du$  soit

encore vers  $T_H$ . Les fonctions  $shc$  sont toujours proches de 1, donc le contraste converge vers l'expression suivante :

$$\frac{I_{pic}}{I_{bruit}} = 4\sqrt{\pi} \cdot \Delta\Omega \cdot T_H \frac{\langle \alpha^2 \rangle^2}{\langle \alpha^4 \rangle} \quad (3.10)$$

Cette expression est indépendante de la durée du signal retourné temporellement  $\Delta T$ . Ce plateau ne dépend que du facteur d'aplatissement de l'amplitude des modes de vibration  $\alpha$ , de la bande passante et du temps de Heisenberg de la cavité.

D'après l'équation 3.10, pour  $\Delta T \gg T_H$  le niveau de saturation du contraste est proportionnel au temps de Heisenberg  $T_H$ . Cette proportionnalité est vérifiée par les résultats présentés sur la figure 3.5 : si le temps de Heisenberg double, le niveau de saturation augmente d'un facteur 2. Nous pouvons également noter que le niveau de saturation du contraste dépend du produit  $\Delta\Omega \cdot T_H$  qui s'avère être une estimation du nombre de modes de vibration de la cavité contenus dans la bande passante  $\Delta\Omega$ . Afin d'appréhender l'apparition de ce plateau de saturation, nous allons donc dénombrer les modes propres contenus dans une réponse impulsionnelle en fonction de sa durée.

La figure 3.6 présente l'évolution du nombre de modes propres définis à partir du spectre d'une réponse impulsionnelle (calculée pour la grande cavité,  $T_H = 120\mu s$ ), en fonction de sa durée. Nous rappelons que les modes de vibration sont identifiés sur le spectre de la réponse impulsionnelle grâce à une détection de maxima et à un seuil de détection en amplitude. Pour  $\Delta T \gg T_H$  le nombre de mode propres atteint un plateau ( $\sim 220$  modes). Le contraste, qui lui est proportionnel d'après l'équation 3.10, est donc constant quelque soit la durée du signal d'émission  $\Delta T \gg T_H$ . En revanche, pour  $\Delta T \ll T_H$  le nombre de modes propres participant à la focalisation augmente linéairement avec la durée du signal de réémission  $\Delta T$  : cette évolution du nombre de modes propres est responsable de l'accroissement linéaire du contraste avec  $\Delta T$ , décrit par l'équation 3.8. Finalement, l'évolution complète du contraste avec la durée du signal d'émission peut s'interpréter à partir du nombre de modes propres participant à la focalisation.

Nous pouvons néanmoins souligner la différence qui existe entre le nombre maximal de modes propres participant à la focalisation par Retournement Temporel ( $\Delta\Omega \cdot T_H = 90$  modes) et le nombre de modes propres définis à partir du spectre d'une réponse



impulsionnelle (220 modes). Nous reviendrons sur cette différence au paragraphe 5 de ce chapitre.

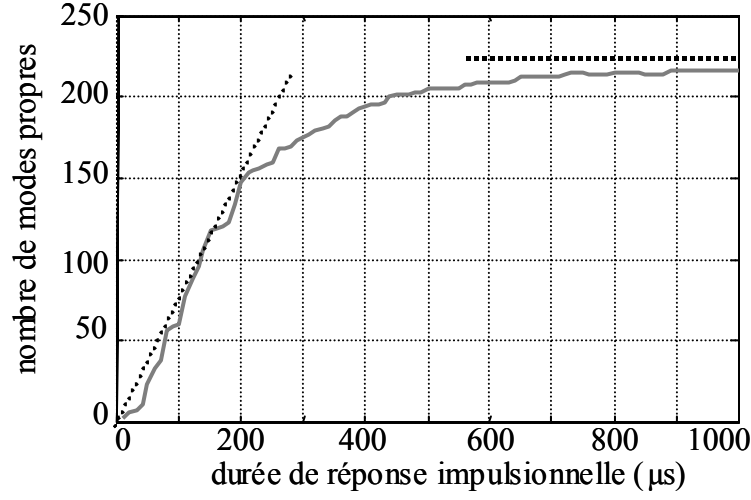


figure 3. 6. Résultat de simulation : nombre de modes propres de vibration définis à partir d'une réponse impulsionnelle, obtenue avec une cavité dont le temps de Heisenberg est de  $T_H=120\mu s$ .

En conclusion, lorsque la durée du signal réémis  $\Delta T$  est supérieure au temps de Heisenberg, le nombre de modes propres participant à la focalisation atteint son maximum. Dans ce cas toute l'information disponible participe à la focalisation, et allonger la durée du signal d'émission s'avère alors inutile bien que de l'énergie soit ajoutée. En d'autres termes, lorsque le système est faiblement atténué ( $T_H \ll \tau_a$ ), le temps de Heisenberg de la cavité est un facteur limitant de l'évolution du contraste avec la durée du signal d'émission.

#### 4. Contraste avec atténuation : $\tau_a \ll T_H$

Lors de nos expériences, le rayonnement de l'énergie acoustique à l'extérieur de la cavité est nécessaire à la focalisation dans le fluide : le système est donc atténuant. Dans le but de montrer l'influence du temps d'atténuation sur le contraste, nous devons maintenant considérer un système dont le temps d'atténuation est bien plus petit que le temps de Heisenberg. Nous allons pour cela utiliser la configuration expérimentale décrite par la figure 3.1.

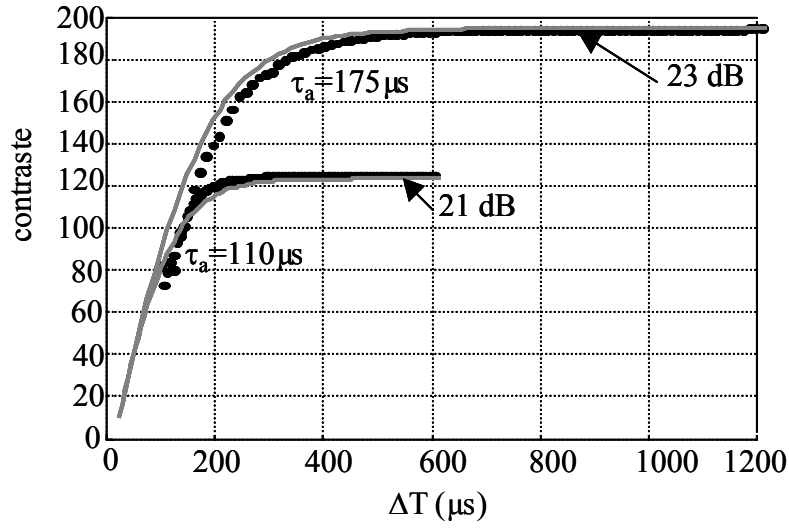


figure 3. 7. Evolution du contraste théorique (ligne grise), et expérimental (pointillés noirs) de recompressions temporelles obtenues avec une cavité présentant une faible et une forte absorption.

La figure 3.7 présente la comparaison entre le contraste théorique et le contraste expérimental, en fonction de la durée du signal retourné temporellement  $\Delta T$ , pour deux atténuations différentes. Dans un premier temps la cavité est plongée dans l'air ambiant si bien que les pertes d'énergie acoustique par radiation sont faibles mais non négligeables. Ensuite la cavité est immergée dans l'eau si bien que ces pertes par radiation sont accrues. Le temps de Heisenberg de la cavité est déduit de la formule de Weyl (équation 3.5) :  $T_H = 90$  ms. Les autres paramètres utilisés dans le calcul du contraste théorique sont déduits des données expérimentales :  $\Delta\Omega = 1$  MHz (bande passante à  $-6$ dB), *facteur d'aplatissement* de 2,4 et  $\tau_a = 175$   $\mu$ s dans le cas de l'atténuation la plus faible,  $\tau_a = 110$   $\mu$ s pour l'atténuation renforcée. Dans les deux cas le contraste expérimental est décrit par la théorie (eq. 3.8) avec précision, ce qui signifie que la théorie prend correctement en compte les pertes d'énergie par radiation. L'évolution des deux contrastes avec la durée du signal d'émission marque également deux régimes : une croissance linéaire avec  $\Delta T$  puis un plateau. Ces deux comportements sont de nouveau décrits par les expressions asymptotiques de l'équation 3.8.

**j).  $\Delta T \ll \tau_a$**

L'expression du contraste est rigoureusement identique à celle trouvée dans la première partie et décrite par l'équation 3.9. Le contraste croît linéairement avec la durée du signal retourné temporellement  $\Delta T$ .

Comme dans le cas précédent, où l'atténuation est nulle, l'augmentation du nombre de modes propres participant à la focalisation est responsable de l'accroissement linéaire du contraste avec  $\Delta T$ . Selon l'équation 3.9, la pente de cet accroissement ne dépend que de la bande passante fréquentielle. Comme cette bande passante n'est pas affectée par le renforcement de l'atténuation, les deux contrastes croissent avec la même pente.

**jj).  $\tau_a \ll \Delta T$**

Dans ce cas les fonctions  $shc$  croissent exponentiellement vers l'infini. L'intégrale du dénominateur est alors négligée et le facteur  $shc(2\Delta T/\tau_a)$  tend vers  $\Delta T/\tau_a \cdot shc^2(\Delta T/\tau_a)$ . Le contraste converge alors vers un plateau :

$$\frac{I_{pic}}{I_{bruit}} = \frac{4\sqrt{\pi} \cdot \Delta\Omega \cdot T_H}{\frac{\langle \alpha^4 \rangle}{\langle \alpha^2 \rangle^2} + \frac{T_H}{\tau_a}} \quad (3.11)$$

Le facteur d'aplatissement étant de l'ordre de l'unité et  $T_H/\tau_a \gg 1$ , il reste dans l'expression du contraste :

$$\frac{I_{pic}}{I_{bruit}} = 4\sqrt{\pi} \cdot \Delta\Omega \cdot \tau_a \quad (3.12)$$

Ce plateau dépend du produit de la largeur de la bande passante et du temps d'absorption  $\Delta\Omega \cdot \tau_a$ .

Lorsque le système est atténué de telle sorte que  $\tau_a \ll T_H$ , le temps d'atténuation s'avère limitant pour le contraste : pour  $\Delta T \gg \tau_a$ , le contraste marque un plateau de saturation. Le niveau de ce plateau de saturation est, selon l'équation 3.12, proportionnel au temps d'atténuation. Les résultats expérimentaux de la figure 3.7 le confirment : plus l'atténuation est faible (long  $\tau_a$ ), plus le niveau de saturation est élevé. Dans le cas précédent (cavité simulée), où l'atténuation est nulle et la durée du signal d'émission supérieure à  $T_H$ , l'équation (3.11) nous indique que le contraste est proportionnel au nombre de modes de

vibration de la cavité, donné par  $\Delta\Omega.T_H$ . Si maintenant la cavité présente une atténuation plus importante, le nombre de modes participant à la focalisation est limité à  $\Delta\Omega.\tau_a$ . Pour  $\Delta T \gg \tau_a$ , le contraste, qui est proportionnel à ce nombre de modes  $\Delta\Omega.\tau_a$ , atteint donc le plateau de saturation et allonger la durée du signal d'émission s'avère inutile.

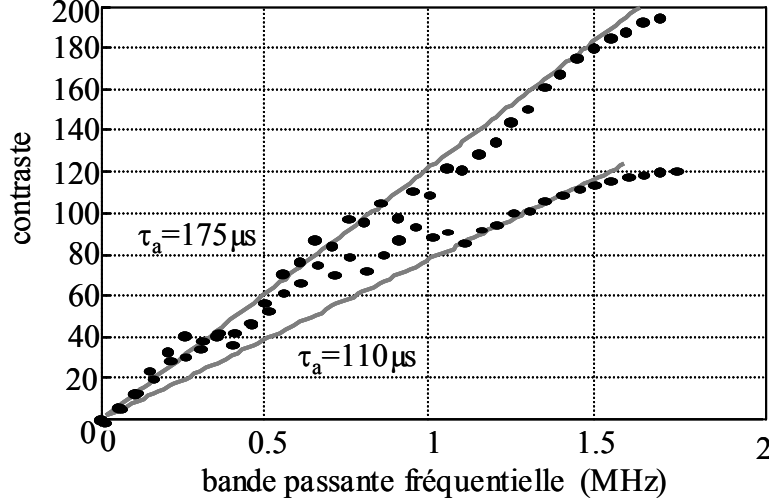


figure 3. 8. Evolution du contraste théorique (ligne grise) et du contraste expérimental (pointillés noirs) pour différentes bandes passantes fréquentielles. La durée du signal de réémission est de  $1200 \mu s$ .

Les contrastes théoriques et expérimentaux peuvent également être comparés dans le domaine fréquentiel, dans le cas où la durée du signal retourné temporellement est suffisamment importante pour qu'ils atteignent le plateau de saturation ( $\Delta T = 1200 \mu s$ ). Les réponses impulsionnelles expérimentales sont filtrées selon des bandes passantes fréquentielles croissantes, puis corrélés avec une réponse impulsionnelle brute pour obtenir le pic de recompression temporelle (cf. chapitre 2). Le contraste de chaque recompression temporelle est présenté par la figure 3.8 en fonction de la largeur de bande passante. La croissance linéaire du contraste avec la bande passante fréquentielle décrite par l'équation 3.12 est respectée, et la pente de chaque droite est dictée par le temps d'atténuation. L'évolution du contraste avec la durée du signal retourné temporellement  $\Delta T$ , ainsi que l'évolution du contraste avec la bande passante fréquentielle, sont décrites par l'équation théorique complète 3.8 en observant un bon accord quantitatif.

En conclusion, la théorie prend en compte l'influence de beaucoup de paramètres, liés aux propriétés physiques du transducteur et de la cavité. Plus particulièrement la théorie met en évidence la compétition entre le temps de Heisenberg de la cavité et le temps d'atténuation : le plus faible des deux s'avère être le paramètre limitant du contraste.

## 5. Amélioration du contraste

Les résultats de contraste exposés ci-avant ont tous été obtenus au cours d'expériences de focalisation d'ondes acoustiques par Retournement Temporel avec une seule source. Nous allons maintenant comparer la qualité de cette focalisation, avec celle obtenue par Filtre Inverse à une seule source, puis avec plusieurs sources. Nous montrerons que les améliorations ainsi obtenues, reposent sur l'augmentation du nombre de modes propres de vibration participant à la focalisation.

### 5.1 Filtre Inverse à une seule source

#### Filtre Inverse classique multi-éléments

Des recherches antérieures<sup>39,40</sup> ont permis de mettre au point une technique de focalisation des ondes acoustiques par Filtre Inverse spatio-temporel. Cette technique améliore la qualité de focalisation obtenue par Retournement Temporel, lorsque l'invariance par Retournement Temporel est brisée par un phénomène dissipatif par exemple : en particulier elle a été développée dans le but de focaliser des ondes acoustiques au travers du crâne humain, fortement atténuant, à l'aide de sondes multi-transducteurs de forte puissance.

Le Filtre Inverse permet de définir les signaux d'émission à émettre pour obtenir une focalisation optimale selon un objectif spatio-temporel choisi, à partir de la connaissance de l'opérateur de propagation du milieu d'investigation. L'opérateur de propagation relie chaque élément d'une sonde multi-transducteurs à un ensemble de points de contrôle. Comme le montre la figure 3.9., cet opérateur contient, pour tous les couples  $(m,j)$  décrivant la sonde et les points de contrôle, les réponses impulsionnelles  $h_{mj}(t)$ . Chacune de ces réponses relie le

$j^{\text{ème}}$  transducteur au  $m^{\text{ème}}$  point de contrôle : elle prend en compte les effets de la propagation au travers du milieu d'investigation, ainsi que la réponse acousto-électrique de la sonde et des récepteurs.

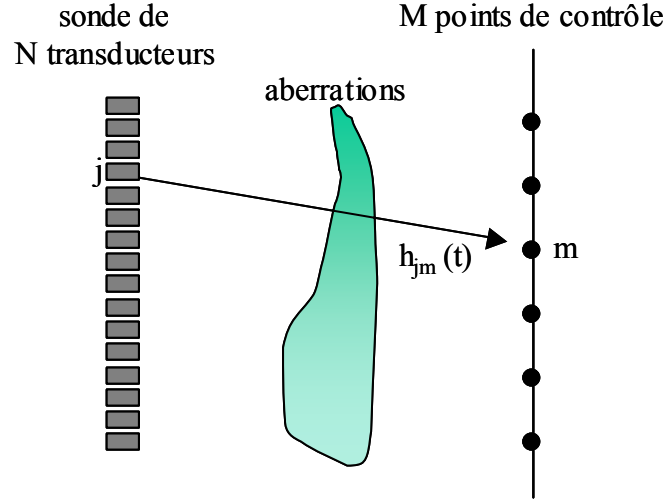


figure 3. 9. L'opérateur de propagation qui relie la sonde aux points de contrôle contient l'ensemble de  $[N \times M]$  réponses impulsionnelles

Si l'on considère  $e_j(t)$ , avec  $1 < j < N$ , le signal électrique appliqué au  $j^{\text{ème}}$  transducteur, le signal  $r_m(t)$ , fourni par le  $m^{\text{ème}}$  récepteur, s'écrit de la façon suivante :

$$r_m(t) = \sum_{j=1}^N h_{mj}(t) \otimes_t e_j(t). \quad (3.13)$$

Par application de la transformée de Fourier, l'équation 3.13 s'écrit dans le domaine fréquentiel :

$$R_m(\omega) = \sum_{j=1}^N H_{mj}(\omega) \cdot E_j(\omega). \quad (3.14)$$

$R_m(\omega)$ ,  $H_{mj}(\omega)$  et  $E_j(\omega)$  sont les transformées de Fourier respectives de  $r_m(t)$ ,  $h_{mj}(t)$  et  $e_j(t)$  à la pulsation  $\omega$ . Considérant tous les couples  $(m, j)$ , cette équation peut s'écrire à l'aide du formalisme vectoriel.

$$R(\omega) = H(\omega) \cdot E(\omega) \quad (3.15)$$

$E(\omega)$  est la composante fréquentielle  $\omega$  appliquée à chaque transducteur de la sonde,  $R(\omega)$  est la composante fréquentielle du signal de réception à chaque point de contrôle, et  $H(\omega)$  décrit la propagation des ondes dans le milieu d'investigation à la pulsation  $\omega$ .

La technique classique de focalisation par Filtre Inverse spatio-temporel est basée sur l'inversion de l'opérateur de propagation. Concrètement cette inversion s'effectue dans le domaine fréquentiel, pour chaque fréquence contenue dans le spectre. Cette opération peut s'écrire :

$$E(\omega) = H^{-1}(\omega) \cdot R(\omega). \quad (3.16)$$

$R(\omega)$  représente, ici, une composante fréquentielle de l'objectif spatio-temporel  $r_m(t)$  à atteindre. Il est, en règle générale, choisi comme le produit de deux distributions de Dirac, l'une spatiale déterminant le point focal  $m_0$  et l'autre temporelle déterminant le temps de recompression temporelle  $t_0$ ,  $r_m(t) = \delta(m - m_0) \cdot \delta(t - t_0)$ . L'inversion repose sur une décomposition en valeurs singulières de l'opérateur de propagation  $H$ . Le nombre de valeurs singulières significatives, calculées lors de la décomposition et distinguées du bruit, donne alors le nombre d'informations physiques nécessaires à la reconstruction des signaux d'émission. Les signaux d'émission sont ensuite définis par une combinaison linéaire des vecteurs singuliers associés aux valeurs singulières. Ces vecteurs sont également calculés grâce au procédé de la décomposition en valeurs singulières : ils forment une base orthogonale sur laquelle peut se décomposer l'opérateur de propagation. Dans le cas du milieu homogène semi-infini, l'ensemble des vecteurs singuliers de l'opérateur de propagation représente l'ensemble des ondes planes que peut émettre la sonde multi-transducteurs. Le champ acoustique engendré par application des signaux d'émission reconstruits par Filtre Inverse, donne lieu à une focalisation dont l'amplitude se rapproche, au sens de la minimisation d'erreur selon la méthode des moindres carrés, de l'objectif spatio-temporel choisi.

### **Filtre Inverse à une seule source**

N'utilisant qu'un seul transducteur et une cavité réverbérante, l'inversion classique de l'opérateur de propagation peut être simplifiée. Les seules fréquences présentes dans le spectre d'un signal réverbéré dans une cavité sont les fréquences propres de vibration de la cavité. Ainsi, l'équation 3.15 reste valable pour chacune de ces fréquences propres.  $H$  est un

vecteur complexe représentant l'amplitude du mode propre de vibration associé à la fréquence propre.  $R$  est la composante fréquentielle de l'objectif spatio-temporel  $r$  (qui se décompose également selon la base des modes propres) et est reliée à  $H$  grâce à  $E$ , un nombre complexe qui représente l'amplitude du signal d'émission à cette même fréquence propre. Rappelons l'équation 3.15 point de départ du processus d'inversion.

$$R = H \cdot E. \quad (3.17)$$

Si maintenant la transformée Hermitienne  $H^+$  (transposé et conjugué) du vecteur de propagation  $H$  est appliquée à cette équation, nous obtenons :

$$H^+ \cdot R = H^+ \cdot H \cdot E = |H|^2 \cdot E. \quad (3.18)$$

Dans cette expression le terme  $|H|^2$  représente le carré de la norme du vecteur  $H$ , soit la valeur moyenne du carré de l'énergie contenue dans le mode propre et calculée sur tous les points d'observation  $m$ . Cette décomposition n'étant valable que pour les fréquences propres contenues dans le spectre, le terme  $|H|^2$  n'est jamais nul et peut alors diviser l'équation 3.18 :

$$E = \frac{H^+ \cdot R}{|H|^2}. \quad (3.19)$$

En identifiant ce résultat à l'équation 3.16, on peut déterminer l'opérateur inverse de  $H$  :  $H^{-1} = H^+ / |H|^2$ . L'inversion (au sens des moindres carrés) de l'opérateur de propagation est donc réalisée. Cette équation définit la composante fréquentielle, pour une fréquence propre donnée, du signal d'émission à émettre pour obtenir la focalisation optimale selon l'objectif  $R$ , à travers le milieu représenté par  $H$ . Comme dans le cas du Filtre Inverse classique, le signal d'émission est reconstitué à partir d'une base orthogonale : si, dans le cas du milieu homogène semi-infini, la base du Filtre Inverse classique est celle des ondes planes que peut émettre la sonde multi-transducteurs, dans le cas du Filtre Inverse à un seul transducteur associé à une cavité réverbérante, la base est celle que forment les modes propres de vibration de la cavité.

Concrètement, la composante fréquentielle  $E$  du signal d'émission est simple à calculer. L'opérateur de propagation temporel  $h_m(t)$  est d'abord acquis sur tous les points d'observation  $m$ , en émettant une impulsion par le transducteur de contact et en déplaçant l'interféromètre optique (figure 3.1). La transformée de Fourier  $H$  de cet opérateur est ensuite calculé numériquement puis conjuguée et transposée. Puis nous déterminons toutes les



fréquences propres  $\omega$  contenues dans le spectre. A chaque fréquence propre  $\omega$ , l'énergie du mode propre correspondant est calculée sur tous les points d'observation  $m$ , inversée et vient multiplier  $H^+$ . Enfin, après multiplication de l'objectif spatio-fréquentiel  $R$ , une transformée de Fourier inverse donne le signal d'émission à émettre pour obtenir la focalisation optimale selon l'objectif spatio-temporel  $r_m(t)$ .

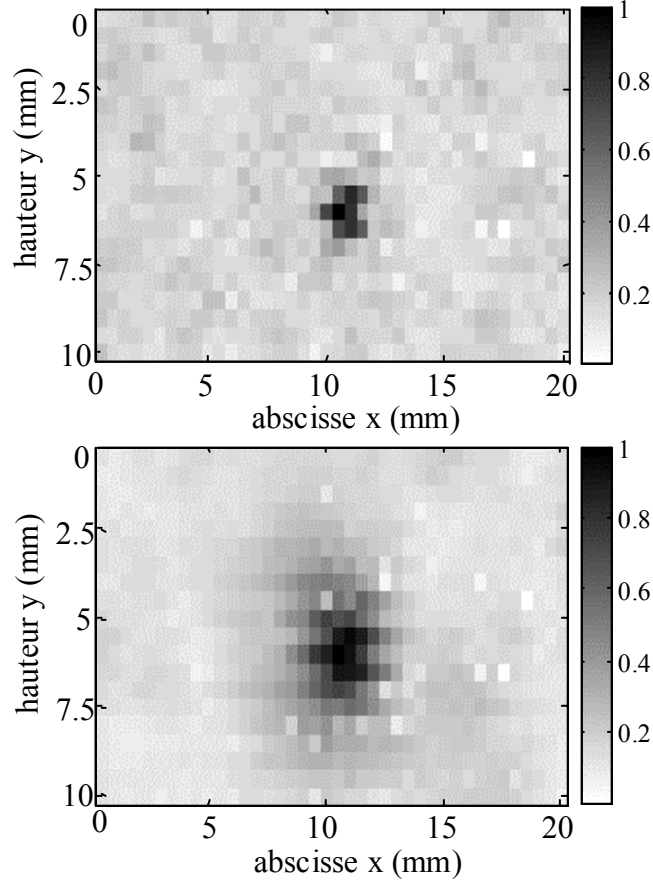


figure 3. 10. Amplitude de taches focales, codée en niveau de gris, obtenues lors de focalisation par Filtre Inverse (haut) et par Retournement Temporel (bas) sur la face avant de la cavité.

Ce protocole de focalisation par Filtre Inverse spatio-temporel a été appliqué à une portion de la face avant de la cavité. La figure 3.10 présente l'amplitude des taches focales, codée en niveau de gris, obtenues sur cette face avant suite à une focalisation par Filtre Inverse et par Retournement Temporel. La tache focale obtenue par Filtre Inverse est plus fine que celle obtenue par Retournement Temporel. En effet, grâce au protocole de calcul du signal d'émission par Filtre Inverse, les hautes fréquences sont renforcées ce qui entraîne, selon la théorie de la diffraction exposée dans le chapitre 2, la diminution des dimensions

spatiales de la tache focale. Le procédé de Filtre Inverse, tel que nous l'avons développé pour une cavité réverbérante munie d'une seule source, améliore donc la résolution spatiale de la focalisation d'ondes ultrasonores, par rapport à celle obtenue par Retournement Temporel. Il nous reste à analyser la recompression temporelle à l'aide de la théorie du contraste validée ci avant dans le cas du Retournement Temporel.

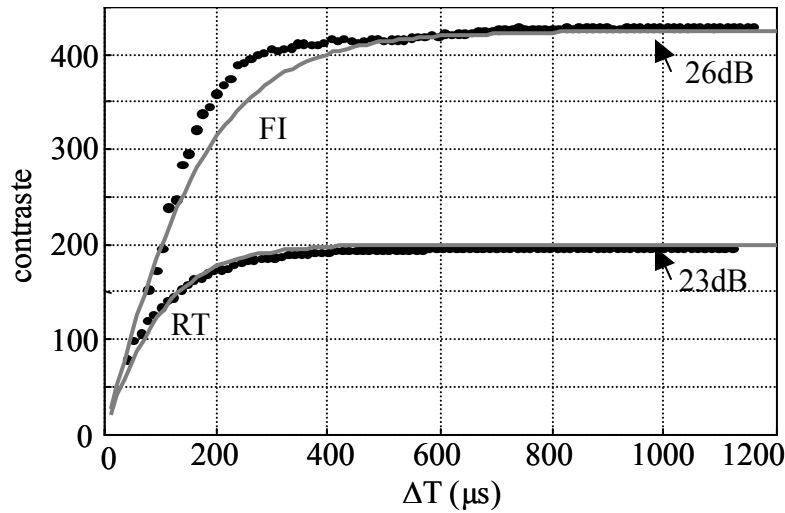


figure 3. 11. Evolution du contraste théorique (ligne grise) et du contraste expérimental (pointillés noirs) de focalisations par Filtre Inverse (FI) et par Retournement Temporel (RT), en fonction de la durée du signal réémis.

La figure 3.11 présente l'évolution du contraste avec la durée du signal réémis  $\Delta T$ , calculé pour des focalisations par Retournement Temporel ou bien par Filtre Inverse. Le contraste théorique donné par l'équation 3.8 est également tracé (ligne continue grise) pour les deux types de focalisations, et décrit avec un bon accord quantitatif les résultats expérimentaux. On peut observer sur cette figure les deux étapes habituelles de ce genre d'évolution avec la durée du signal réémis : une première étape pendant laquelle le contraste croît linéairement avec la durée du signal d'émission, la pente de la croissance étant supérieure dans le cas du Filtre Inverse, puis un plateau de saturation, deux fois plus élevé pour le Filtre Inverse que celui du Retournement Temporel.

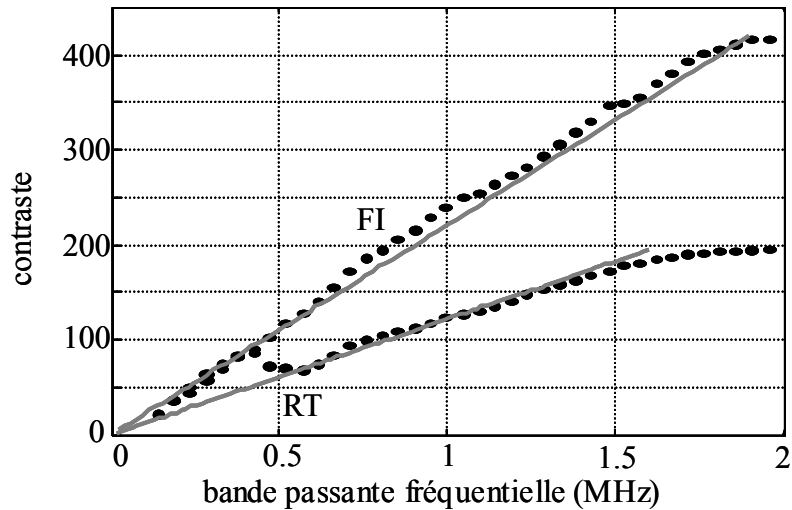


figure 3. 12. Evolution du contraste théorique (ligne grise) et du contraste expérimental (pointillés noirs) de focalisations par Filtre Inverse (FI) et par Retournement Temporel (RT), en fonction de la bande passante fréquentielle.

L'amélioration du contraste grâce à la focalisation par Filtre Inverse s'observe également dans le domaine fréquentiel. La figure 3.12 montre une évolution linéaire de chaque contraste, celui du Retournement Temporel et celui du Filtre Inverse, avec la largeur de la bande passante fréquentielle utilisée. Les signaux d'émission sont de durée  $\Delta T = 1200 \mu s$ , de telle sorte que le plateau de saturation observé sur la figure 3.12 soit atteint. La théorie décrit une nouvelle fois les deux croissances linéaires. On peut remarquer sur cette figure que l'amélioration du contraste grâce au Filtre Inverse trouve deux raisons : d'une part la pente de la croissance linéaire du contraste obtenu par Filtre Inverse est supérieure à celle du contraste obtenu par Retournement Temporel et, d'autre part, la bande passante fréquentielle est supérieure lors de l'utilisation du Filtre Inverse. D'après l'équation 3.8, les seuls paramètres influençant le contraste sont le nombre de modes de vibration de la cavité utilisés lors du processus de focalisation, et le facteur d'aplatissement de l'amplitude de ces modes de vibration. Examinons donc plus précisément l'influence de ces paramètres sur les deux techniques de focalisation.

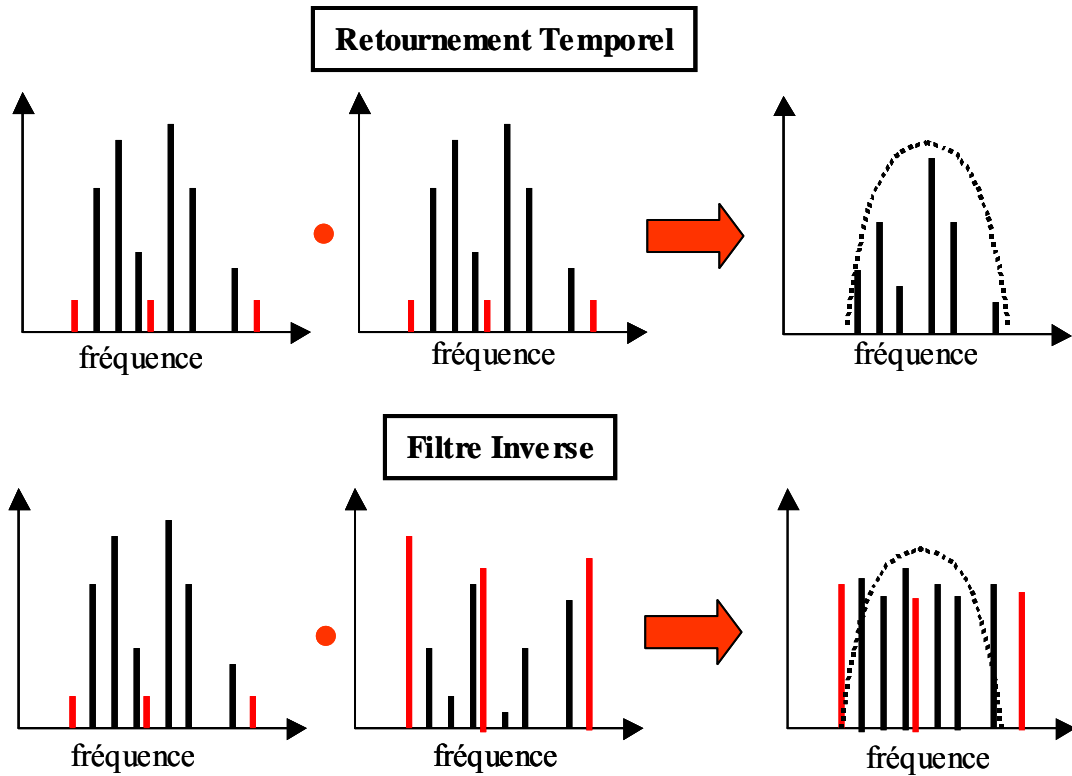


figure 3. 13. Schéma du principe de focalisation par Retournement Temporel et Filtre Inverse dans le domaine fréquentiel. L'inversion de l'énergie de chaque mode propre lors du processus de Filtre Inverse conduit à augmenter le nombre de modes utilisés dans la focalisation, élargir la bande passante fréquentielle et diminuer le facteur d'aplatissement de l'amplitude des modes propres. Ce sont les spectres des signaux mesurés au point focal.

Dans le domaine temporel, le procédé de Retournement Temporel s'écrit comme le produit de corrélation entre les réponses impulsionnelles du point de focalisation et du point d'observation. Par conséquent, dans le domaine fréquentiel, le procédé s'écrit alors comme le produit entre le spectre de la réponse impulsionnelle du point focal et la version conjuguée du spectre au point d'observation. Comme le montre la figure 3.13, les modes de vibration sont donc multipliés par eux-mêmes si bien que les modes de plus petite amplitude peuvent disparaître (passer sous le seuil de sensibilité du système, voir le paragraphe suivant) et les modes de plus forte amplitude sont renforcés. Le procédé de Retournement Temporel est donc enclin à exploiter les modes de plus forte amplitude pour focaliser les ondes acoustiques. D'autre part la distribution de l'amplitude des modes de vibration suit une loi Gaussienne si bien que le facteur d'aplatissement de ces amplitudes tend vers 3 (compris entre 2 et 3 quand la cavité est dissipative<sup>34</sup>).

Nous pouvons revenir sur la remarque importante du paragraphe 3 de ce chapitre, qui indique qu'il existe une différence entre le nombre de modes comptés à partir du spectre d'une réponse impulsionnelle et le nombre de modes participant à la focalisation. La raison de cette différence est que les modes de plus faible amplitude, présents dans le spectre de la réponse impulsionnelle, ne participent pas à la focalisation.

Le procédé de Filtre Inverse consiste à réémettre les modes propres pondérés par l'inverse de leur énergie, de telle sorte que les modes propres de plus faible amplitude sont réémis avec une forte énergie et les modes de plus forte amplitude sont réémis faiblement. Le produit entre les spectres, qui traduit la propagation du champ engendré par le signal d'émission dans le domaine temporel, va donc tendre à égaliser le poids de chaque mode propre dans le procédé de focalisation.

Comme il a déjà été observé lors des recherches précédentes, le Retournement Temporel conduit à une légère diminution de la bande passante en faisant disparaître les fréquences se situant sur les bords extérieurs de la bande passante (supposée gaussienne). En revanche, le Filtre Inverse les renforce et élargit de ce fait la bande passante (2 MHz pour FI contre 1,7 MHz pour RT). Ensuite, les modes les plus faibles qui disparaissaient lors du processus de Retournement Temporel sont renforcés et participent de nouveau à la focalisation, si bien que le filtre inverse exploite plus de modes propres que le Retournement Temporel au sein d'une même bande passante fréquentielle. Expérimentalement (résultats des figures 3.11 et 3.12.) le Filtre Inverse utilise 398 modes contre 280 pour le Retournement Temporel. Enfin, suite à l'égalisation du poids des modes dans le processus de focalisation, le facteur d'aplatissement d'une focalisation par Filtre Inverse décroît (jusqu'à 1,4 contre 2,4 pour le RT). Comme le plateau de saturation du contraste est proportionnel à l'inverse de ce facteur d'aplatissement, celui-ci sera alors augmenté. Ce résultat se retrouve sur la figure 3.12 : la diminution du facteur d'aplatissement et l'augmentation du nombre de modes propres sont responsables de l'augmentation de la pente du contraste avec la bande passante fréquentielle.

Le procédé de focalisation par Filtre Inverse a été adapté au cas où une unique source est couplée avec une cavité réverbérante. La focalisation obtenue possède une meilleure résolution et un meilleur contraste que celle obtenue par Retournement Temporel. Nous allons donc maintenant étudier précisément l'influence de la sensibilité du système d'acquisition sur le contraste d'une focalisation par Filtre Inverse et par Retournement Temporel.

## 5.2. Sensibilité du système d'acquisition

La sensibilité du système d'acquisition dépend expérimentalement de la sensibilité du transducteur et de la dynamique des convertisseurs analogiques-numériques, et de la précision du calcul numérique du champ en simulation. La détermination des modes de vibration dont l'amplitude est inférieure au seuil de sensibilité s'avère évidemment impossible. Cette sensibilité constitue donc un paramètre important, qui limite le nombre de modes propres perçus et donc le contraste.

Pour étudier l'influence de la sensibilité sur le contraste, nous avons recours une nouvelle fois à la simulation introduite au paragraphe 4 de ce chapitre. La cavité simulée est un disque tronqué de rayon 17 mm, pour laquelle la durée des réponses impulsionnelles (1,5 ms) dépasse largement le temps de Heisenberg et l'atténuation reste faible ( $\tau_a > 35$  ms). La sensibilité des transducteurs simulés est contrôlée et peut être modifiée sans changer les autres paramètres. La sensibilité est ici présentée en décibels : elle représente la plus petite amplitude d'écho perçu, lorsque l'amplitude de l'impulsion injectée initialement dans la cavité est normalisée. Dans ce cas, l'amplitude de l'impulsion sert de niveau de référence. Ainsi nous pouvons étudier la qualité du pic de focalisation, par Retournement Temporel et par Filtre Inverse, en fonction de la sensibilité des transducteurs, relative à ce niveau de référence.

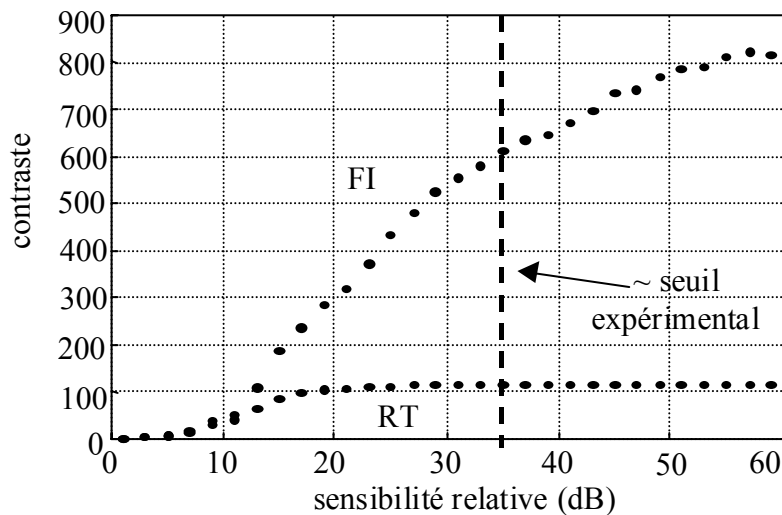


figure 3. 14. Evolution du contraste de focalisations (simulées) obtenues par Retournement Temporel et Filtre Inverse, en fonction de la sensibilité relative du système d'acquisition.

La figure 3.14 présente l'évolution du contraste des deux types de focalisations pour différentes sensibilités. Les deux contrastes croissent puis atteignent un plateau, dont le niveau est nettement supérieur pour le Filtre Inverse que pour le Retournement Temporel. Comme nous l'avons déjà vu, la focalisation est d'autant meilleure qu'elle exploite un grand nombre de modes de vibration, qui lui, est d'autant plus important que la sensibilité est élevée. Quand le plateau est atteint, tous les modes de vibration sont exploités pour la focalisation et le contraste est maximal. On peut noter que le contraste de la focalisation par Retournement Temporel atteint son maximum pour une sensibilité, relativement faible, de 20dB. Cette focalisation ne nécessite pas une grande sensibilité pour atteindre son maximum, car elle exploite préférentiellement les modes de plus grande énergie et ces modes de plus grande énergie sont définis avec les sensibilités les plus faibles. En revanche, le Filtre Inverse, qui tire parti des modes de vibration de plus petite énergie, croît fortement avec la sensibilité jusqu'à des sensibilités de plus de 50dB. La sensibilité du système d'acquisition est donc un paramètre important influençant le contraste, plus particulièrement dans le cas de la focalisation obtenue par Filtre Inverse. Une étude approfondie de ce paramètre permettrait de l'introduire dans la théorie du contraste.

Expérimentalement, le nombre de modes participant à la focalisation est limité la sensibilité du système d'acquisition, estimée entre 30 dB et 35 dB, qui empêche la perception des modes de vibration les plus faibles. Ce phénomène participe à la différence existant entre le nombre de modes, calculé théoriquement par la formule de Weyl (plus de 100000), et le nombre de modes observés expérimentalement (environ 200).

L'amélioration de cette sensibilité, qui entraîne de meilleurs contrastes, ne dépend que des avancées technologiques et ne peut être accrue par un quelconque traitement de signal. Nous allons donc étudier une autre solution qui permet l'amélioration du contraste : l'ajout de transducteurs.

### 5.3. Influence du nombre de transducteurs

Arnaud Derode *et al.*<sup>28</sup> a montré que l'ajout de sources permet d'améliorer le contraste d'une focalisation par Retournement Temporel au travers de milieux multi-diffuseurs. Chaque source ajoutée amène un nombre d'informations supplémentaires (décorrélées des

informations déjà connues) de telle sorte que le contraste augmente comme la racine du nombre de sources employées. Dans le cas d'une cavité réverbérante, les informations décorréélées sont les modes propres de vibration de la cavité. Ces modes étant en nombre fixe pour une bande passante fréquentielle donnée, quelle est, dans ce cas, l'influence d'un ajout de sources sur le contraste ? Pour répondre à cette question, nous allons distinguer deux cas : un premier cas où les modes propres de vibration de la cavité participent tous à la focalisation puis un cas plus proche de la réalité expérimentale, où les modes propres de la cavité ne sont pas tous utilisés.

Dans le but de travailler avec une configuration permettant la résolution de tous les modes de la cavité, c'est à dire une configuration dans laquelle le temps d'absorption est supérieur au temps de Heisenberg de la cavité, nous allons de nouveau utiliser des signaux issus de la simulation 2D. La cavité est un disque tronqué de rayon de 25 mm. Le temps d'atténuation ( $>35$  ms) est largement supérieur au temps de Heisenberg ( $120 \mu\text{s}$ ) si bien que, pour les longues durées de signal d'émission (1,5ms), le plateau de saturation du contraste est atteint. La figure 3.15 montre l'évolution du contraste de focalisations par Retournement Temporel et par Filtre Inverse avec le nombre de transducteurs. Il faut noter que lorsque plusieurs transducteurs sont employés, le filtre inverse est calculé de manière classique<sup>39,40</sup>.

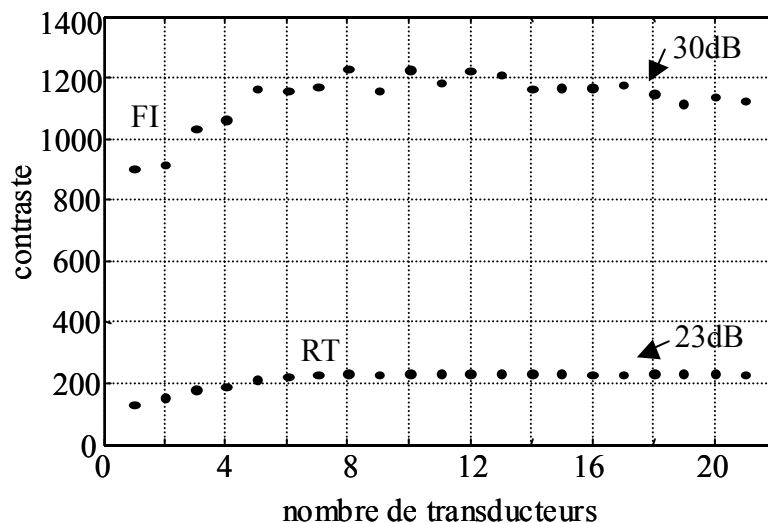


figure 3. 15. Evolution du contraste de focalisations (simulées) obtenues par Retournement Temporel et par Filtre Inverse, en fonction du nombre de transducteurs.

Pour les deux types de focalisations, le contraste ne suit pas de loi en racine comme celle observée lors des précédentes recherches. Après une légère augmentation de 29,5 dB à



30 dB, il montre un palier de saturation : le contraste atteint son maximum quand 5 transducteurs sont utilisés. Même si d'autres transducteurs sont ajoutés, le contraste n'augmente pas pour autant. L'explication est fournie par les deux figures suivantes.

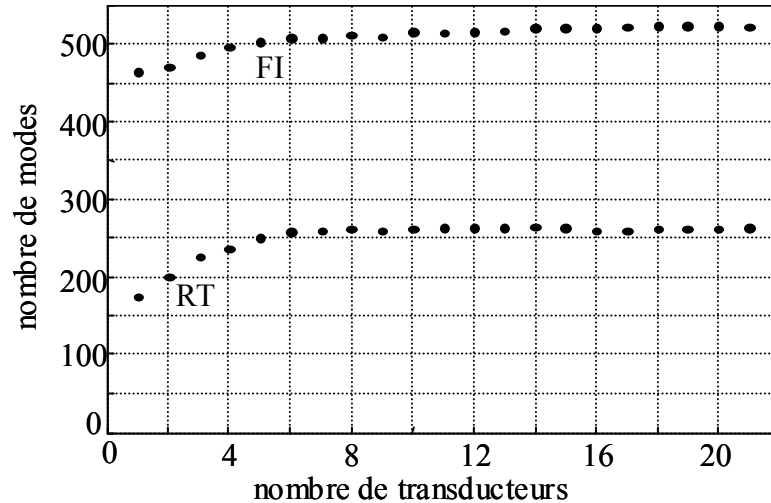


figure 3. 16. Nombre de modes propres utilisés lors de focalisations (simulées) par Retournement Temporel et Filtre Inverse, en fonction du nombre de transducteurs

La figure 3.16 présente l'évolution du nombre de modes propres utilisés au cours du procédé de focalisation, par Retournement Temporel et par Filtre Inverse, lorsque les transducteurs sont ajoutés un à un. On peut remarquer que 5 transducteurs sont nécessaires pour que les 540 modes de la cavité soient perçus et utilisés dans la focalisation par Filtre Inverse. Cinq transducteurs sont nécessaires car quelques-uns d'entre eux peuvent se situer sur un lieu de faible vibration de certains modes, si bien que, à cause de leur sensibilité limitée, ils ne perçoivent pas ces modes. Pour les raisons évoquées dans le paragraphe 5.2, la focalisation par Retournement Temporel n'utilise, elle, au maximum que 265 modes.

La figure 3.17 montre que le facteur d'aplatissement reste quasiment constant, quel que soit le nombre de transducteurs employés, quand la focalisation est assurée par Filtre Inverse. Ce résultat indique le Filtre Inverse utilise les modes de manière optimale avec peu de transducteurs. Le facteur d'aplatissement tend vers 3, valeur prédite théoriquement en absence d'atténuation, quand la focalisation est assurée par Retournement Temporel.

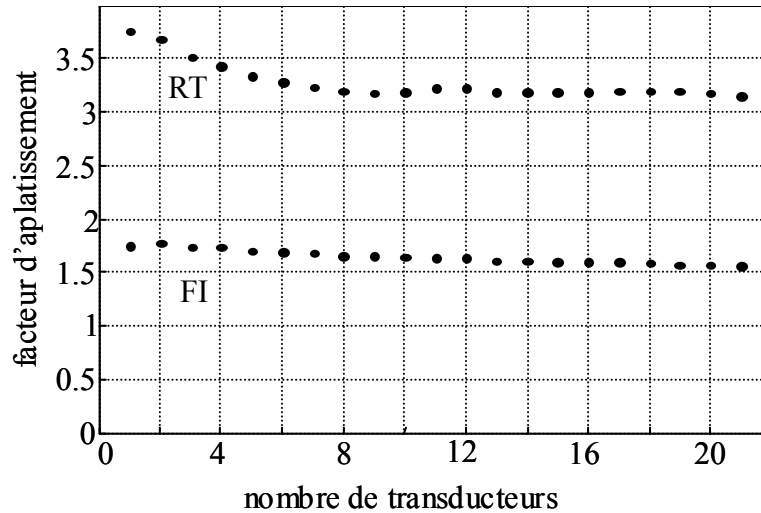


figure 3. 17. Evolution du facteur d'aplatissement de l'amplitude des modes de vibration utilisés lors de focalisations (simulées) par Retournement Temporel et par Filtre Inverse, en fonction du nombre de transducteurs

Quelques transducteurs couplés à une cavité purement réverbérante suffisent donc à focaliser les ondes ultrasonores de manière optimale. Dans le cas idéal où tous les modes de vibration dépassent le seuil de sensibilité du système d'acquisition, un seul transducteur suffit.

En revanche, dans le cas des cavités réelles l'atténuation doit être prise en compte. Cette atténuation impose des durées de réponses impulsionnelles inférieures au temps de Heisenberg et limite ainsi la résolution fréquentielle des modes de vibration. Nous allons donc étudier, grâce à l'outil de simulation introduit précédemment, l'amélioration de contraste apportée par l'ajout de transducteurs, dans le cas où le temps d'atténuation des signaux ne dépasse plus le temps de Heisenberg.

La cavité simulée est un disque tronqué de rayon 40mm, dont le temps de Heisenberg est estimé à environ 1 ms. La figure 3.18. présente le contraste d'une focalisation par Retournement Temporel obtenue avec cette cavité, codé selon une échelle de couleur, en fonction de deux variables : la durée du signal d'émission et le nombre de transducteurs employés, distants d'au moins une longueur d'onde. Bien que les courbes de niveaux isocontrastes (courbes noires) soient chahutées, une symétrie axiale qualitative (indiquée en pointillés noirs) ressort de cette figure. Cette symétrie est d'une importance fondamentale car elle indique l'équivalence entre l'information temporelle et l'information spatiale, preuve du caractère ergodique de la cavité. En d'autres termes, pour des réponses impulsionnelles dont

la durée est inférieure au temps de Heisenberg de la cavité, l'ajout de chaque transducteur revient à allonger la durée des signaux.

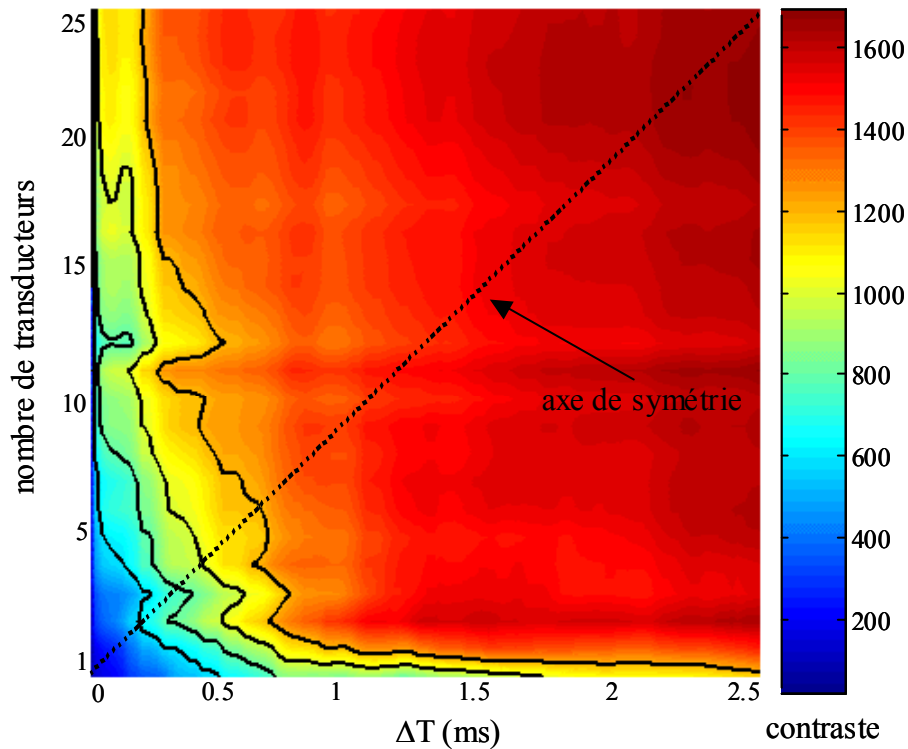


figure 3. 18. Contraste d'une focalisation par Retournement Temporel, en fonction de la durée du signal réémis  $\Delta T$  et du nombre de transducteurs. Les courbes noires (trait plein) sont des courbes de niveaux isocontrastes.

Cette observation est confirmée quantitativement par la figure 3.19. Elle montre l'évolution de deux contrastes obtenus par Retournement Temporel, extraits de la figure 3.18. : dans un premier temps, nous observons l'évolution du contraste avec la durée du signal d'émission (courbe grise) pour un seul transducteur, et dans un second temps, les signaux sont choisis de durée inférieure au temps de Heisenberg ( $500 \mu s$ ), et des transducteurs sont ajoutés (points noirs). Une superposition quantitative des deux évolutions peut alors être observée, ce qui signifie que, de manière plus générale, pour des signaux de durée  $\Delta T$ , inférieure au temps de Heisenberg, ajouter  $N$  transducteurs améliore le contraste de la même manière que si l'on allonge le signal de la durée  $N.\Delta T$ .

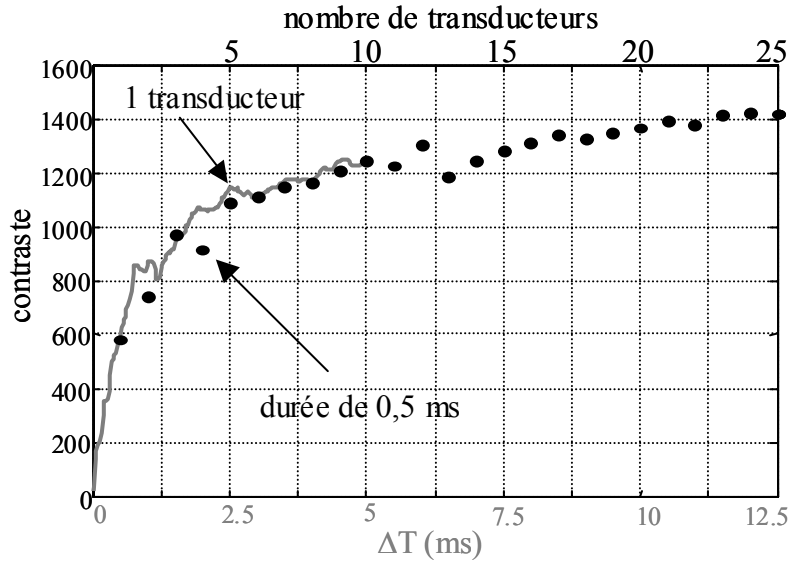


figure 3. 19. Contraste d'une focalisation simulée, obtenue par Retournement Temporel, en fonction du nombre de transducteurs (points noirs) pour des signaux de durée limitée à 0,5 ms, et en fonction de la durée du signal réémis  $\Delta T$  pour un seul transducteur (courbe grise).

Compte-tenu du résultat précédent qui montre l'équivalence durée de réponse-nombre de transducteurs, les courbes isocontrastes peuvent s'écrire  $N.\Delta T = \text{constante}$ . Il en est une particulièrement intéressante : celle qui passe par le point représentant la configuration 1 transducteur, durée de réponse impulsionnelle égale au temps de Heisenberg ( $600 \mu\text{s}$ ). Elle peut s'écrire  $N.\Delta T = T_H$ . Nous savons que le temps de Heisenberg de la cavité est une limite au-delà de laquelle la totalité de l'information de la cavité est exploitée et le contraste est maximal avec quelques (un seul idéalement) transducteurs. Si la durée des signaux est limitée ( $<$  temps de Heisenberg) par une trop forte atténuation, ou bien choisie courte par l'expérimentateur (qui veut augmenter sa cadence de focalisations par exemple), le manque d'information pourra être compensé par l'ajout d'un nombre fini de transducteurs, comme si les signaux étaient virtuellement allongés et dépassaient de nouveau le temps de Heisenberg. Pour une durée de signal réémis fixée  $\Delta T$ , il existe donc un nombre fini de transducteurs  $N$ , pour lequel le contraste optimal est atteint et tout ajout de transducteur supplémentaire est superflu :  $N = T_H / \Delta T$ .

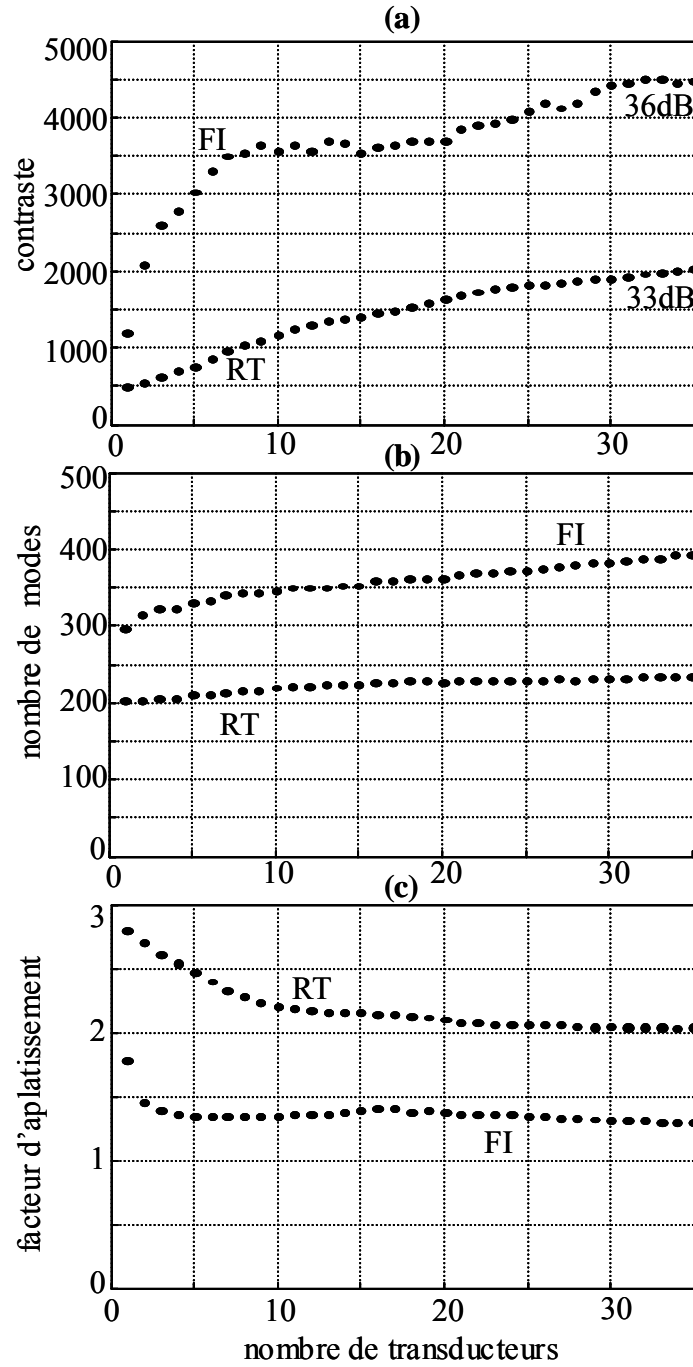


figure 3. 20. Evolution du contraste (a), du nombre de modes (b), et du facteur d'aplatissement (c), pour des focalisations (expérimentales) obtenues par Retournement Temporel et par Filtre Inverse, en fonction du nombre de transducteurs.

Lors de notre expérience, dans laquelle le demi-cylindre de Duraluminium est plongé dans l'air ambiant, la durée des réponses impulsionnelles est limitée par le temps d'atténuation  $\Delta T = \tau_a$  ( $\tau_a = 175 \mu s$ ), inférieur au temps de Heisenberg de la cavité

( $T_H \sim 90$  ms). La figure 3.20.(a) présente l'évolution du contraste en fonction du nombre de transducteurs utilisés lors de focalisations par Retournement Temporel et par Filtre Inverse dans cette configuration. Les deux contrastes croissent avec le nombre de transducteurs, mais n'atteignent pas de plateau de saturation, malgré l'ajout de 35 transducteurs. La raison est donnée par la figure 3.20.(b) : le nombre de modes de vibration utilisés lors de la focalisation augmente avec le nombre de transducteurs utilisés, mais il n'atteint pas les quelques 100000 prédits par la formule de Weyl : bien que 35 transducteurs participent à la focalisation, tous les modes propres de la cavité ne sont pas perçus.

D'après le résultat théorique précédent, la perception de tous les modes propres de la cavité nécessite plus de  $N = T_H / \tau_a = 515$  transducteurs. Plus de 515 transducteurs sont donc nécessaires pour exploiter toute l'information ultrasonore contenue dans le demi-cylindre qui mène à la focalisation optimale. Il faut toutefois noter que ce résultat est obtenu à partir du temps de Heisenberg théorique (dédit de la formule de Weyl), pour lequel la sensibilité limitée des transducteurs n'est pas prise en compte. Concrètement, même si l'on ajoute les 515 transducteurs, les 100000 modes ne seront pas perçus à cause de la sensibilité limitée du système d'acquisition. Pour prédire le nombre optimal de transducteurs, il faut donc définir le nombre total de modes que l'on peut percevoir avec les transducteurs réels. Cela revient à définir le « temps de Heisenberg apparent » de la cavité, basé le temps de Heisenberg théorique déduit de la formule de Weyl, qui prend en compte la sensibilité limitée du système d'acquisition.

## 6. Conclusion

Dans ce chapitre a été développée l'étude du contraste d'une focalisation d'onde acoustique, avec une cavité réverbérante.

Les résultats expérimentaux de contraste sont décrits par une théorie basée sur l'analyse fréquentielle des réponses impulsionnelles issues de la réverbération de l'onde ultrasonore dans la cavité. Cette théorie met en évidence l'influence de paramètres physiques, qui peuvent être divisés en deux groupes : les paramètres du transducteur de contact comme la bande passante, la sensibilité ou bien la durée de l'émission retournée temporellement et les paramètres de la cavité comme le temps d'atténuation, le temps de Heisenberg et les propriétés statistiques de la distribution d'amplitude des modes de vibration. Après avoir

retrouvé des résultats observés par Arnaud Derode et Julien de Rosny dans le cas d'une atténuation négligeable, l'analyse du contraste au moyen de la théorie met en avant le rôle limitant de l'atténuation sur le contraste. Le rôle important de la sensibilité du système d'acquisition a également été démontré, mais il reste à relier théoriquement ce paramètre au contraste. Une autre perspective théorique de ce travail est l'intégration, dans l'écriture du contraste, d'un modèle d'atténuation plus complexe. Notons que l'ensemble de cette étude a porté sur le cas simple de cavités chaotiques, mais elle pourra être étendue au cas des cavités régulières.

Ce contraste est ensuite amélioré grâce à un procédé de focalisation par Filtre Inverse spatio-temporel à une seule source couplée à la cavité. Il exploite de manière optimale les modes propres de vibration de la cavité, si bien que la focalisation résultante possède un contraste supérieur au contraste d'une focalisation par Retournement Temporel. Là encore la focalisation par Filtre Inverse pourra être étudiée dans le cas d'une cavité régulière.

Enfin nous avons étudié l'amélioration du contraste induite par l'ajout de plusieurs transducteurs identiques. Cette étude a mené à un résultat surprenant : si la durée de réverbération est supérieure au temps de Heisenberg de la cavité, quelques capteurs (idéalement un seul) suffisent pour focaliser les ondes ultrasonores avec une qualité optimale. Si maintenant la durée de la réverbération est limitée, à cause de l'atténuation ou bien par choix de l'expérimentateur, il existe un nombre fini de capteurs à ajouter, pour lequel le contraste est optimal. Une autre voie d'étude conduisant à l'amélioration du contraste serait l'utilisation de transducteurs de bandes passantes fréquentielles distinctes, afin d'accroître la bande passante globale du système.

## Annexe C : calcul complet du contraste

La réponse impulsionnelle qui relie les points A et B dans un milieu réverbérant dissipatif se décompose selon les fréquences contenues dans la bande passante du transducteur :

$$h(t) = e^{-t/\tau_a} \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k \cdot \sin(\omega_k t) \quad (C. 1)$$

où  $\alpha_k$  sont les amplitudes associées aux fréquences  $\omega_k$ . Le temps d'absorption  $\tau_a$  correspond au temps d'amortissement de la réponse impulsionnelle. Il comprend l'absorption de l'onde durant sa propagation à l'intérieur de la cavité, mais également les pertes par rayonnement dans l'eau à chaque réflexion sur la paroi de la cavité.

Ce développement fréquentiel de la réponse impulsionnelle nous permettra de calculer analytiquement le contraste, défini comme le rapport de l'énergie du pic de recompression temporelle sur le niveau moyen d'énergie du bruit, contenu dans une fenêtre autour de ce pic. Nous avons donc à calculer, si  $s(t)$  est le signal recompressé temporellement:

$$C = \frac{\langle s^2(t=0) \rangle}{\langle s^2(t \neq 0) \rangle}. \text{ Dans un premier temps, nous calculerons le numérateur.}$$

### 1. calcul de l'énergie du pic de recompression temporelle

La portion de signal retournée temporellement et réémise par le point B s'écrit  $W(t - \Delta T/2) \cdot h(t) \otimes f(-t)$ , où  $f(t)$  représente l'impulsion initiale, et  $W(t)$  une fonction porte unitaire qui s'étend entre  $-\Delta T/2$  et  $\Delta T/2$ . Le champ mesuré sur le point A sera donné par:

$$s(t) = W(-t - \frac{\Delta T}{2}) \cdot h(-t) \otimes h(t) \otimes f(-t) = f(-t) \otimes \int_{-\infty}^{\infty} W(\tau - \frac{\Delta T}{2}) h(\tau) h(\tau - \Delta T) d\tau \quad (C. 2)$$

Si on injecte dans cette expression le développement fréquentiel de  $h(t)$ :



$$s(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \alpha_k \alpha_l \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega_k) W(\tau - \frac{\Delta T}{2}) e^{-\frac{2\tau-t}{\tau_a}} \sin(\omega_k \tau) \sin(\omega_l (\tau - t)) d\tau \quad (C. 3)$$

$f(t)$  est supposée être une impulsion très brève, donc  $F(\omega_k)$  est réelle. En effectuant le changement de variable  $\tau - \Delta T/2$  en  $\tau$ , l'équation précédente devient:

$$s(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \alpha_k \alpha_l \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega_k) W(\tau) e^{-\frac{2(\tau + \Delta T/2) - t}{\tau_a}} \sin(\omega_k (\tau + \frac{\Delta T}{2})) \sin(\omega_l (\tau + \frac{\Delta T}{2} - t)) d\tau \quad (C. 4)$$

Les produits de sinus s'expriment autrement grâce aux relations trigonométriques suivantes:

$$\sin(\omega_k (\tau + \frac{\Delta T}{2})) \sin(\omega_l (\tau + \frac{\Delta T}{2} - t)) = \frac{1}{2} \cos[(\omega_k - \omega_l)(\tau + \frac{\Delta T}{2}) + \omega_l t] - \frac{1}{2} \cos[(\omega_k + \omega_l)(\tau + \frac{\Delta T}{2}) - \omega_l t] \quad (C. 5)$$

La largeur de la fonction  $W(\tau)$  étant beaucoup grande que la période caractéristique du signal d'excitation, le dernier terme de l'équation précédente est éliminé lors de l'intégration. Le premier terme peut se réécrire grâce à la relation trigonométrique suivante :

$$\begin{aligned} \cos[(\omega_k - \omega_l)(\tau + \frac{\Delta T}{2}) + \omega_l t] &= \cos[(\omega_k - \omega_l)\tau] \cos[(\omega_k - \omega_l) \frac{\Delta T}{2} + \omega_l t] \\ &\quad - \sin[(\omega_k - \omega_l)\tau] \sin[(\omega_k - \omega_l) \frac{\Delta T}{2} + \omega_l t] \end{aligned} \quad (C. 6)$$

L'équation ( C.4 ) se met enfin sous la forme :

$$\begin{aligned} s(t) &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \alpha_k \alpha_l \cos[(\omega_k - \omega_l) \frac{\Delta T}{2} + \omega_l t] F(\omega_k) e^{-\frac{\Delta T - t}{\tau_a}} \int_{-\infty}^{\infty} W(\tau) e^{-\frac{2\tau}{\tau_a}} \frac{\cos[(\omega_k - \omega_l)\tau]}{2} d\tau \\ &\quad - \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \alpha_k \alpha_l \sin[(\omega_k - \omega_l) \frac{\Delta T}{2} + \omega_l t] F(\omega_k) e^{-\frac{\Delta T - t}{\tau_a}} \int_{-\infty}^{\infty} W(\tau) e^{-\frac{2\tau}{\tau_a}} \frac{\sin[(\omega_k - \omega_l)\tau]}{2} d\tau \end{aligned} \quad (C. 7)$$

Afin de pousser plus en avant ce calcul de contraste, nous allons calculer la moyenne d'ensemble  $\langle \rangle$  de l'équation (C.7). Nous supposons de plus que la transformée de Fourier

de l'excitation initiale,  $F(\omega)$ , est une gaussienne de largeur  $\Delta\Omega$  centrée autour de la pulsation  $\omega_0$  et d'amplitude  $f_0$ . Pour que les propriétés statistiques soient constantes dans la bande  $\Delta\Omega$ , l'émission sera supposée à bande étroite, i.e.  $\Delta\Omega/\omega_0 \ll 1$ . Ces hypothèses permettent d'écrire la valeur moyenne de l'amplitude du pic de refocalisation :

$$\begin{aligned} \langle s(t=0) \rangle = & \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \langle \alpha_k \alpha_l \rangle \left\langle \cos[(\omega_k - \omega_l) \frac{\Delta T}{2}] F(\omega_k) \right\rangle e^{-\frac{\Delta T}{\tau_a}} \int_{-\infty}^{\infty} W(\tau) e^{-\frac{2\tau}{\tau_a}} \frac{\langle \cos[(\omega_k - \omega_l) \tau] \rangle}{2} d\tau \\ & - \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \langle \alpha_k \alpha_l \rangle \left\langle \sin[(\omega_k - \omega_l) \frac{\Delta T}{2}] F(\omega_k) \right\rangle e^{-\frac{\Delta T}{\tau_a}} \int_{-\infty}^{\infty} W(\tau) e^{-\frac{2\tau}{\tau_a}} \frac{\langle \sin[(\omega_k - \omega_l) \tau] \rangle}{2} d\tau \end{aligned} \quad (C. 8)$$

Sous l'hypothèse de champ diffus, (vérifiée par le champ réverbéré de nos cavités qui ne présente pas de lieu de confinement de l'énergie acoustique), les amplitudes  $\alpha_k$  sont décorréliées entre-elles. Par conséquent la moyenne des amplitudes devient :  $\langle \alpha_k \alpha_l \rangle = \langle \alpha^2 \rangle \delta_{kl}$ . Les termes  $k \neq l$  de cette somme sont alors négligés. L'équation (C.8) se simplifie en :

$$\langle s(t=0) \rangle = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2} \langle \alpha^2 \rangle \langle F(\omega_k) \rangle e^{-\frac{\Delta T}{\tau_a}} \int_{-\infty}^{\infty} W(\tau) e^{-\frac{2\tau}{\tau_a}} d\tau \quad (C. 9)$$

L'intégrale donne  $\tau_a \text{sh}(\Delta T/\tau_a)$  où  $\text{sh}$  représente le sinus hyperbolique. De plus le signe somme peut être remplacé par une intégrale continue sur une somme de Dirac. Nous noterons cette

somme:  $n_{\delta}(\omega) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(\omega - \omega_k)$ . L'équation précédente s'écrit finalement:

$$\langle s(t=0) \rangle = \frac{\langle \alpha^2 \rangle}{2} e^{-\frac{2\Delta T}{\tau_a}} \tau_a \text{sh}\left(\frac{\Delta T}{\tau_a}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \langle F(\omega) \rangle \langle n_{\delta}(\omega) \rangle d\omega \quad (C. 10)$$

Or  $\langle n_{\delta}(\omega) \rangle$  est la densité modale moyenne de la cavité, supposée constante sur toute la bande passante, et notée  $n_0$ . Nous notons également  $f_0$  la moyenne  $\langle F(\omega) \rangle$ . Finalement, la moyenne de l'amplitude du pic de refocalisation s'écrit :

$$\langle s(t=0) \rangle = \frac{\langle \alpha^2 \rangle}{2} e^{-\frac{T}{\tau_a}} \tau_a \text{sh}\left(\frac{\Delta T}{\tau_a}\right) n_0 f_0 \Delta\Omega \quad (C. 11)$$

L'énergie du pic de recompression est maintenant déterminée. Il nous faut maintenant calculer le niveau moyen d'énergie de bruit autour de ce pic.

## 2. niveau moyen d'énergie du bruit autour du pic de recompression

Afin d'évaluer l'énergie du bruit autour du pic de recompression temporelle, nous allons calculer  $\overline{s^2(t)} = \frac{1}{T_c} \int_{T_0}^{T_0+T_c} s^2(t) dt$ . L'intervalle  $[T_0, T_c]$  exclue le pic de recompression situé en  $t=0$ . Nous allons utiliser le resultat de l'équation (C.7), en posant dans un but de clarté d'écriture:

$$X_{kl} = \frac{1}{2} \alpha_k \alpha_l F(\omega_k) e^{-\frac{\Delta T - t}{\tau_a}} \int_{-\infty}^{\infty} W(\tau) e^{-\frac{2\tau}{\tau_a}} \frac{\cos[(\omega_k - \omega_l)\tau]}{2} d\tau$$

$$Y_{kl} = \frac{1}{2} \alpha_k \alpha_l F(\omega_k) e^{-\frac{\Delta T - t}{\tau_a}} \int_{-\infty}^{\infty} W(\tau) e^{-\frac{2\tau}{\tau_a}} \frac{\sin[(\omega_k - \omega_l)\tau]}{2} d\tau$$

L'équation (C.7) nous permet d'écrire  $s^2(t)$ :

$$s^2(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{k'=0}^{\infty} \sum_{l'=0}^{\infty} \left( X_{kl} \cos[(\omega_k - \omega_l) \frac{\Delta T}{2} + \omega_l t] - Y_{kl} \sin[(\omega_k - \omega_l) \Delta T + \omega_l t] \right) \\ \left( X_{k'l'} \cos[(\omega_{k'} - \omega_{l'}) \frac{\Delta T}{2} + \omega_{l'} t] - Y_{k'l'} \sin[(\omega_{k'} - \omega_{l'}) \Delta T + \omega_{l'} t] \right)$$

(C. 12)

Comme précédemment, grâce à l'absence de corrélation entre les  $\alpha_k$ , seul les termes constants  $k=k' \ l=l'$  résisteront à l'intégration de la moyenne d'ensemble. Il reste donc :

$$\langle s^2(t) \rangle = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \left\langle \left( X_{kl} \cos[(\omega_k - \omega_l) \frac{\Delta T}{2} + \omega_l t] - Y_{kl} \sin[(\omega_k - \omega_l) \frac{\Delta T}{2} + \omega_l t] \right)^2 \right\rangle$$

(C. 13)

Après application de la moyenne temporelle sur les fonctions trigonométriques, il ne reste que les termes suivants :

$$\langle \overline{s^2(t)} \rangle = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \left[ \frac{1}{2} \langle \overline{X_{kl}^2} \rangle + \frac{1}{2} \langle \overline{Y_{kl}^2} \rangle \right] \quad (C. 14)$$

Calculons par exemple le premier terme :

$$\begin{aligned} \langle \overline{X_{kl}^2} \rangle &= \left\langle \left( \frac{1}{2} \alpha_k \alpha_l F(\omega_k) \int_{-\infty}^{\infty} W(\tau) e^{-\frac{2\tau}{\tau_a}} \frac{\cos[(\omega_k - \omega_l)\tau]}{2} d\tau \right)^2 \right\rangle \cdot \frac{1}{T_c} \int_{T_0}^{T_0+T_c} e^{-2\frac{\Delta T-t}{\tau_a}} dt \\ &= \left\langle \left( \frac{1}{2} \alpha_k \alpha_l F(\omega_k) \int_{-\infty}^{\infty} W(\tau) e^{-\frac{2\tau}{\tau_a}} \frac{\cos[(\omega_k - \omega_l)\tau]}{2} d\tau \right)^2 \right\rangle \frac{\tau_a}{T_c} e^{-2\frac{\Delta T-T_0}{\tau_a}} e^{\frac{T_c}{\tau_a}} \text{sh}\left(\frac{T_c}{\tau_a}\right) \end{aligned} \quad (C. 15)$$

Nous calculerons le contraste sur une petite fenêtre autour du pic de recompression temporelle, c'est à dire  $T_0/\tau_a \ll 1$  et  $T_c/\tau_a \ll 1$ . Sachant que  $\text{sh}x/x \sim 1$  quand  $x$  tend vers 0, il reste :

$$\langle \overline{X_{kl}^2} \rangle = \left\langle \left( \frac{1}{2} \alpha_k \alpha_l F(\omega_k) \int_{-\infty}^{\infty} W(\tau) e^{-\frac{2\tau}{\tau_a}} \frac{\cos[(\omega_k - \omega_l)\tau]}{2} d\tau \right)^2 \right\rangle \cdot e^{-2\Delta T/\tau_a} \quad (C. 16)$$

En réinjectant ce résultat dans l'équation (C.14), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \langle \overline{s^2(t)} \rangle &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{8} \langle (\alpha_k \alpha_l)^2 \rangle \langle F^2(\omega_k) \rangle e^{-\frac{2\Delta T}{\tau_a}} \cdot \\ &\left\langle \left( \int_{-\infty}^{\infty} W(\tau) e^{-\frac{2\tau}{\tau_a}} \cos[(\omega_k - \omega_l)\tau] d\tau \right)^2 + \left( \int_{-\infty}^{\infty} W(\tau) e^{-\frac{2\tau}{\tau_a}} \sin[(\omega_k - \omega_l)\tau] d\tau \right)^2 \right\rangle \end{aligned} \quad (C. 17)$$

En développant l'identité remarquable entre crochet, nous arrivons à une intégration du type :

$$\langle ( )^2 + ( )^2 \rangle = \left\langle \int_{-\infty}^{\infty} W(\tau) e^{-\frac{2\tau}{\tau_a}} e^{i(\omega_k - \omega_l)\tau} d\tau \times \int_{-\infty}^{\infty} W(\tau) e^{-\frac{2\tau}{\tau_a}} e^{-i(\omega_k - \omega_l)\tau} d\tau \right\rangle \quad (C. 18)$$

Nous allons poser  $z(t) = W(t) \cdot e^{-2t/\tau_a}$ . L'équation (C.18) peut alors se réécrire comme suit :

$$\langle ( )^2 + ( )^2 \rangle = \left\langle \text{TF} \left[ z(t) \otimes_t z(-t) \right]_{\omega_k - \omega_l} \right\rangle \quad (C. 19)$$

Ce crochet peut donc s'écrire comme la moyenne de la transformée de Fourier de l'autocorrélation de la fonction  $z(t)$ . Nous noterons cette transformée de Fourier  $Z_{zz}(\omega)$ . Finalement l'équation (C.17) se réécrit sous la forme suivante, en séparant les termes  $k=l$  et  $k \neq l$  :

$$\begin{aligned} \langle \overline{s^2(t)} \rangle &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{8} \langle \alpha^4 \rangle \langle F^2(\omega_k) \rangle e^{-\frac{2\Delta T}{\tau_a}} \langle Z_{zz}(0) \rangle \\ &+ \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0, l \neq k}^{\infty} \frac{1}{8} \langle \alpha^2 \rangle^2 \langle F^2(\omega_k) \rangle e^{-\frac{2\Delta T}{\tau_a}} \langle Z_{zz}(\omega_k - \omega_l) \rangle \end{aligned} \quad (C. 20)$$

Une simple intégration nous permet de trouver  $Z_{zz}(0)$  :  $Z_{zz}(0) = \tau_a^2 \cdot \text{sh}^2\left(\frac{\Delta T}{\tau_a}\right)$ . En revanche

l'évaluation de  $Z_{zz}(\omega_k - \omega_l)$  nécessite le recours de la statistique. Pour ce faire nous allons, comme précédemment, remplacer les sommes par des intégrales au moyen de la somme de

Dirac  $n(\omega) = \sum_{k=0}^{\infty} \delta(\omega - \omega_k)$  :

$$\begin{aligned} \langle \overline{s^2(t)} \rangle &= \frac{\langle \alpha^4 \rangle}{8} e^{-\frac{2\Delta T}{\tau_a}} \tau_a^2 \cdot \text{sh}^2\left(\frac{\Delta T}{\tau_a}\right) \cdot \int_0^{\infty} F^2(\omega) n(\omega) d\omega \\ &+ \frac{\langle \alpha^2 \rangle^2}{8} e^{-\frac{2\Delta T}{\tau_a}} \cdot \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} F^2(\omega) Z_{zz}(\omega - \omega') \langle n(\omega) n(\omega') \rangle d\omega d\omega' \end{aligned} \quad (C. 21)$$

Il faut maintenant calculer la fonction d'autocorrélation du spectre  $\langle n(\omega) n(\omega') \rangle$ . Pour une cavité chaotique (voir le paragraphe 3.c. de cette annexe), les résultats issus de la théorie des

matrices aléatoires<sup>41,42</sup> nous permettent de la définir comme suit :

$\langle n(\omega)n(\omega') \rangle = n_0^2 [I + \delta(n_0\delta\omega) - Y_2(n_0\delta\omega)]$  où  $n_0$  représente la densité modale moyenne qui est supposée constante sur toute la bande passante (hypothèse bande étroite). Il n'existe pas d'expression analytique pour  $Y_2$ . Cependant il en existe une pour sa transformée de Fourier:

$$b(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} Y_2(s) e^{i2\pi\tau s} ds, \text{ avec } \tau = \frac{t}{2\pi \cdot n_0} :$$

$$b(\tau) = \begin{cases} 2 - |\tau| \ln \frac{|2\tau| + 1}{|2\tau| - 1} & \text{si } |\tau| > 1 \\ |2\tau| - |\tau| \ln(|2\tau| + 1) & \text{si } |\tau| \leq 1 \end{cases} . \quad (C. 22)$$

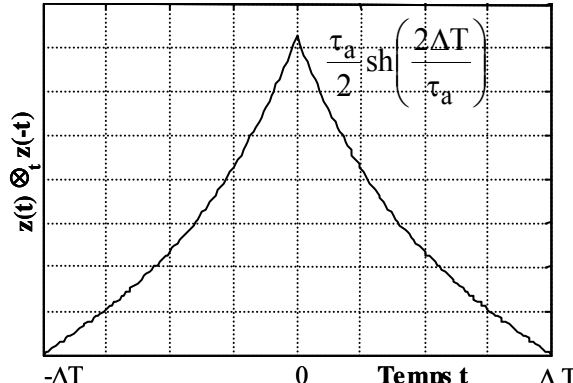
Nous définissons maintenant la transformée de Fourier  $\tilde{K}(\delta\omega)$  du facteur de forme associé aux corrélations spectrales  $K(t)$ , comme suit :  $\tilde{K}(\delta\omega) = I - Y_2(n_0\delta\omega)$ . Il vient par transformée de Fourier inverse :

$$K(t) = \delta(t) - \frac{1}{2\pi n_0} b\left(\frac{t}{2\pi n_0}\right). \quad (C. 23)$$

La relation  $\int_{-\infty}^{\infty} F(\delta\omega)G(\delta\omega)d\delta\omega = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(-t)dt$  nous permet d'introduire le résultat précédent dans l'équation (C.21) :

$$\langle \overline{s^2(t)} \rangle = e^{-\frac{2\Delta T}{\tau_a}} \sqrt{\pi\Delta\Omega} \cdot \left[ \frac{\langle \alpha^4 \rangle}{8} \tau_a^2 \cdot \text{sh}^2\left(\frac{\Delta T}{\tau_a}\right) \cdot n_0 f_0^2 + \frac{\langle \alpha^2 \rangle^2}{8} 2\pi n_0^2 f_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} z(t) \otimes_t z(-t) \cdot K(t) dt \right] \quad (C. 24)$$

Nous allons tout d'abord calculer  $z(t) \otimes z(-t)$  :

$$\begin{aligned}
 z(t) \otimes_t z(-t) &= \int_{-\infty}^{\infty} W(\tau) W(\tau-t) e^{-\frac{2\tau}{\tau_a}} e^{-\frac{2(\tau-t)}{\tau_a}} \\
 &= e^{\frac{2t}{\tau_a}} \begin{cases} \int_{t-\Delta T/2}^{\Delta T/2} e^{-4\tau/\tau_a} d\tau & \text{si } t \geq 0 \\ \int_{-\Delta T/2}^{t+\Delta T/2} e^{-4\tau/\tau_a} d\tau & \text{si } t < 0 \end{cases} \\
 &= \begin{cases} \frac{\tau_a}{2} \operatorname{sh}\left(2 \frac{\Delta T - t}{\tau_a}\right) & \text{si } t \geq 0 \\ \frac{\tau_a}{2} \operatorname{sh}\left(2 \frac{\Delta T + t}{\tau_a}\right) & \text{si } t < 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$


Ainsi ce résultat achève le développement du dénominateur du contraste, soit :

$$\left\langle \overline{s^2(t)} \right\rangle = e^{-\frac{2\Delta T}{\tau_a}} \sqrt{\pi} \cdot \Delta\Omega \cdot \left[ \begin{aligned} &\frac{\langle \alpha^4 \rangle}{8} \tau_a^2 \cdot \operatorname{sh}^2\left(\frac{\Delta T}{\tau_a}\right) \cdot n_0 f_0^2 + \\ &\frac{\langle \alpha^2 \rangle^2}{8} 2\pi n_0^2 f_0^2 \frac{\tau_a}{2} \operatorname{sh}\left(\frac{2\Delta T}{\tau_a}\right) - \\ &\frac{\langle \alpha^2 \rangle^2}{8} n_0 f_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} z(t) \otimes_t z(-t) \cdot b\left(\frac{t}{2\pi n_0}\right) dt \end{aligned} \right] \quad (C. 25)$$

### 3. expression finale du contraste et extension à la cavité régulière

#### a. Expression finale

Il suffit maintenant de calculer le rapport entre le numérateur et le dénominateur pour obtenir l'expression du contraste :

$$\frac{I_{pic}}{I_{bruit}} = \frac{4\sqrt{\pi}n_0\Delta\Omega\left(\frac{\tau_a}{\Delta T} \text{sh} \frac{\Delta T}{\tau_a}\right)^2}{\frac{\langle \alpha^4 \rangle}{\langle \alpha^2 \rangle^2} \left(\frac{\tau_a}{\Delta T} \text{sh} \frac{\Delta T}{\tau_a}\right)^2 + \frac{2\pi n_0}{\Delta T} \frac{\tau_a}{2\Delta T} \text{sh} \frac{2\Delta T}{\tau_a} - \frac{1}{\Delta T^2} \int_{-\infty}^{\infty} z(t) \otimes_t z(-t) \cdot b\left(\frac{t}{2\pi n_0}\right) dt}$$

(C. 26)

Nous voyons apparaître le facteur d'aplatissement de l'amplitude des modes de vibration de la

cavité  $\frac{\langle \alpha^4 \rangle}{\langle \alpha^2 \rangle^2}$ . Celui-ci tend vers 3 si la distribution d'amplitude suit une loi gaussienne

(comme une variable aléatoire). En définissant le sinus hyperbolique cardinal  $shc(x) = sh(x)/x$  et en remplaçant  $2\pi n_0$ , la densité modale par  $T_H$ , le temps de Heisenberg de la cavité nous obtenons l'expression finale du contraste :

$$\frac{I_{pic}}{I_{bruit}} = \frac{4\sqrt{\pi} \cdot T_H \cdot \Delta\Omega \cdot shc^2\left(\frac{\Delta T}{\tau_a}\right)}{\frac{\langle \alpha^4 \rangle}{\langle \alpha^2 \rangle^2} shc^2\left(\frac{\Delta T}{\tau_a}\right) + \frac{T_H}{\Delta T} shc\left(\frac{2\Delta T}{\tau_a}\right) - \frac{1}{\Delta T^2} \int_{-\infty}^{\infty} z(t) \otimes_t z(-t) \cdot b\left(\frac{t}{T_H}\right) dt}$$

(C. 27)

Nous rappelons les différentes variables :

$T_H$  : temps de Heisenberg =  $2\pi n_0$

$\Delta\Omega$  : largeur de la bande passante (en fréquence et non en pulsation)

$\Delta T$  : durée de la fenêtre de retournement temporel

$\tau_a$  : temps d'absorption dans un modèle diffusif de réponse impulsionnelle

$\langle \alpha \rangle$  : moyenne d'ensemble de l'amplitude des modes fréquentiels

$z(t)$  et  $b(t)$  fonctions définies ci-avant

La figure ci-dessous présente l'évolution de la fonction  $shc(\Delta T/\tau_a)$  qui nous permettra de discuter des comportements asymptotiques du contraste. Pour des temps  $\Delta T$  inférieurs au



temps d'absorption, le  $shc$  tend vers 1, tandis que pour des temps  $\Delta T$  supérieurs au temps d'absorption, le  $shc$  croît exponentiellement vers l'infini.

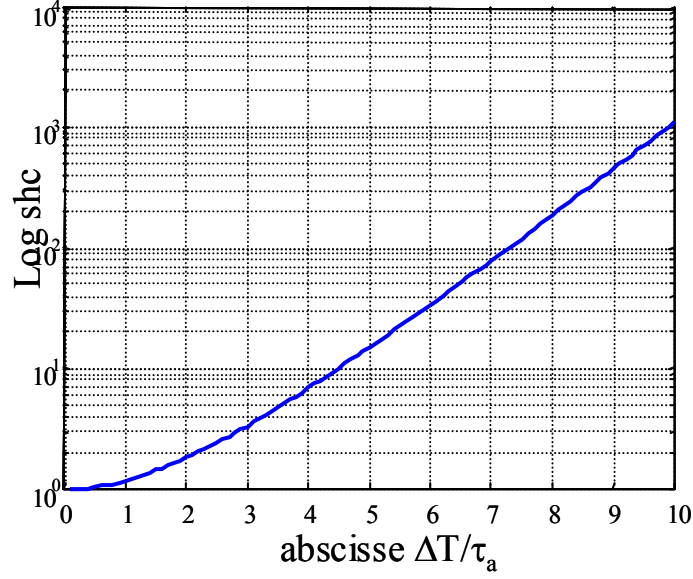


figure C. 1. Logarithme du sinus hyperbolique cardinal

### b. Extension du contraste à la cavité régulière

Pour un système intégrable (cas des cavités régulières), il n'existe pas de corrélation entre les fréquences propres par définition. Ainsi la fonction d'autocorrélation de la densité modale normalisée  $K(\delta\omega)$  utilisée dans l'équation 22 se réduit à 1. La fin du calcul reste inchangée et le contraste s'écrit finalement:

$$\frac{I_{pic}}{I_{bruit}} = \frac{4\sqrt{\pi} \cdot T_H \cdot \Delta\Omega \cdot shc^2\left(\frac{\Delta T}{\tau_a}\right)}{\frac{\langle \alpha^4 \rangle}{\langle \alpha^2 \rangle^2} shc^2\left(\frac{\Delta T}{\tau_a}\right) + \frac{T_H}{\Delta T} shc\left(\frac{2\Delta T}{\tau_a}\right)}. \quad (C. 28)$$

Les variables sont les mêmes que celles définies précédemment.

### c. Cavité expérimentale : chaotique ou régulière ?

Les résultats de simulation sont obtenus à partir de cavités 2D en forme de disque tronqué. L'appartenance de telles cavités employées dans le cadre d'expérience de

Retournement Temporel, à l'Ensemble Orthogonal Gaussien (système chaotique) a été montrée par Julien de Rosny<sup>38</sup>. En revanche les résultats expérimentaux ne permettent pas démontrer que le demi-cylindre (cavité employée dans nos expériences) appartient à cet ensemble GOE. Néanmoins, le fait que le demi-cylindre soit chaotique ou non n'a aucune incidence sur la comparaison du contraste de focalisation expérimental et théorique. En effet le dernier terme du dénominateur de l'équation C.27, représentatif des propriétés spectrales d'un système GOE, s'avère négligeable dès lors que le temps d'atténuation est limitant, ce qui est le cas dans nos expériences. Dans ce cas le contraste d'un système chaotique (C.27) ou régulier (C.28) s'écrit de la même manière.

Dans le corps du chapitre 3, les résultats de contrastes issus d'expériences et de simulations sont comparés au contraste théorique calculé à partir de l'expression C.27.



## **Chapitre 4 : Applications**



Une cavité réverbérante couplée à un unique transducteur devient une sonde 2D capable de focaliser une onde ultrasonore en n'importe quel point d'un domaine 3D. Le principe de réciprocité assure qu'une focalisation en réception est également envisageable. Il est donc question, dans ce chapitre, de réaliser un système d'imagerie émission-réception.

A travers ce concept, nous avons cherché à réinterpréter certains mécanismes de la localisation acoustique chez l'Homme. Nous montrons comment le crâne humain joue le rôle d'une cavité réverbérante et qu'il pourrait participer au processus de la localisation. Enfin, toujours dans le domaine des fréquences audibles, cette technique peut également être utilisée pour localiser les impacts générés par le contact de doigts à la surface d'un objet quelconque. Si ensuite, à une position d'impact, on assigne une action prédéfinie, l'objet en question devient une interface tactile.

## 1. Système échographique ultrasonore utilisant une cavité

### 1.1. Protocole de focalisation en réception

Les systèmes échographiques classiques pratiquent une double focalisation, en émission et en réception, pour former l'image finale. La focalisation à l'émission consiste à focaliser les ondes ultrasonores dans le milieu à imager par application de lois de retard sur chaque élément de la sonde. De manière réciproque, la focalisation en réception consiste à sommer, suivant les mêmes lois de retard, les signaux acoustiques des échos qui reviennent sur la sonde. Le recalage des signaux rétrodiffusés  $s(\vec{r}, t)$  est réalisé par une convolution de ces signaux par la fonction de Green sphérique  $G(\vec{r}, \vec{r}_0, -t)$ . Mathématiquement, cela s'écrit :

$$R(\vec{r}, t) = G(\vec{r}, \vec{r}_0, -t) \otimes_t s(\vec{r}, t). \quad (4. 1)$$

Nous proposons de remplacer la fonction de Green sphérique par une réponse impulsionnelle  $h(\vec{r}, \vec{r}_0, -t)$  de la bibliothèque acquise pour le procédé de focalisation en émission. L'équation précédente peut se réécrire :

$$R(\vec{r}, t) = h(\vec{r}, \vec{r}_0, -t) \otimes_t s(\vec{r}, t). \quad (4. 2)$$

L'équation 4.2. définit notre loi de focalisation en réception. Elle consiste à corrélérer le signal rétrodiffusé avec une réponse impulsionnelle de la bibliothèque. Nous avons alors réalisé un filtre adapté<sup>43</sup> au signal correspondant à la position  $\vec{r}_0$ .

Le protocole de focalisation en réception avec un seul transducteur et une cavité réverbérante se décompose en deux étapes. La première consiste, comme pour la focalisation à l'émission, en l'acquisition de la bibliothèque de réponses impulsionnelles du milieu à explorer. Dans un second temps, chaque nouvelle réalisation de réponse impulsionnelle, générée par une source émettant une impulsion, est corrélée avec celles de la bibliothèque. Un maximum de corrélation doit apparaître entre la nouvelle réponse impulsionnelle et celle de la bibliothèque acquise au même point. Une détection de maxima sur ces produits d'intercorrélation suffit ensuite à localiser le point d'émission de l'impulsion.

Ce procédé de focalisation en réception est l'exacte réciproque du procédé de focalisation par Retournement Temporel en émission. Les résultats théoriques de focalisation en émission développés dans les chapitres précédents, en terme de résolution et de contraste, sont donc valables pour le procédé de focalisation en réception.

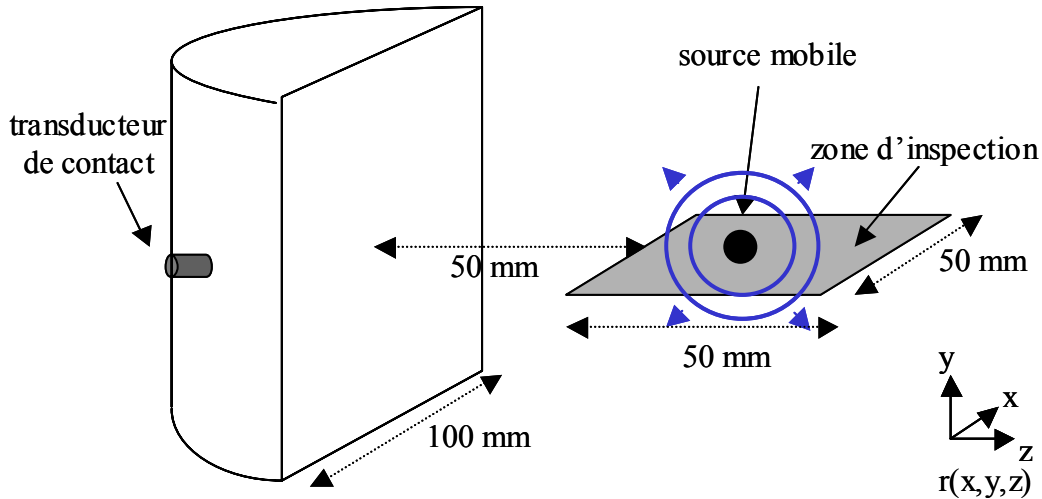


figure 4. 1. Protocole de focalisation en réception appliqué à la localisation d'une source mobile.

Ce protocole de focalisation en réception est alors utilisé pour détecter, une source mobile dans un domaine carré de 50 mm de côté, au moyen de la configuration expérimentale présentée par la figure 4.1. La source mobile émet une impulsion de fréquence centrale de 1 MHz toutes les 40 ms. A chaque émission, le transducteur de contact enregistre la réponse impulsionnelle liée à la source,  $h(r,t)$  pendant  $200\mu s$ . Ensuite les réponses impulsionnelles  $h(r,t)$  sont chacune corrélées avec toutes les réponses de la bibliothèque acquise préalablement. Une détection de maxima fournit donc l'amplitude de la tache focale en réception pour chaque position instantanée de la source. La figure 4.2 montre quatre de ces distributions d'amplitude de taches focales pour quatre instants différents. La source pulsante est localisée tout le long de son parcours (vitesse maximale  $\sim 2,5$  cm/s) avec une résolution ( $\sim \lambda$ ,  $\sim 1,5$  mm) et un contraste ( $\sim 20$  dB) comparables à ceux observés lors de focalisation en émission.



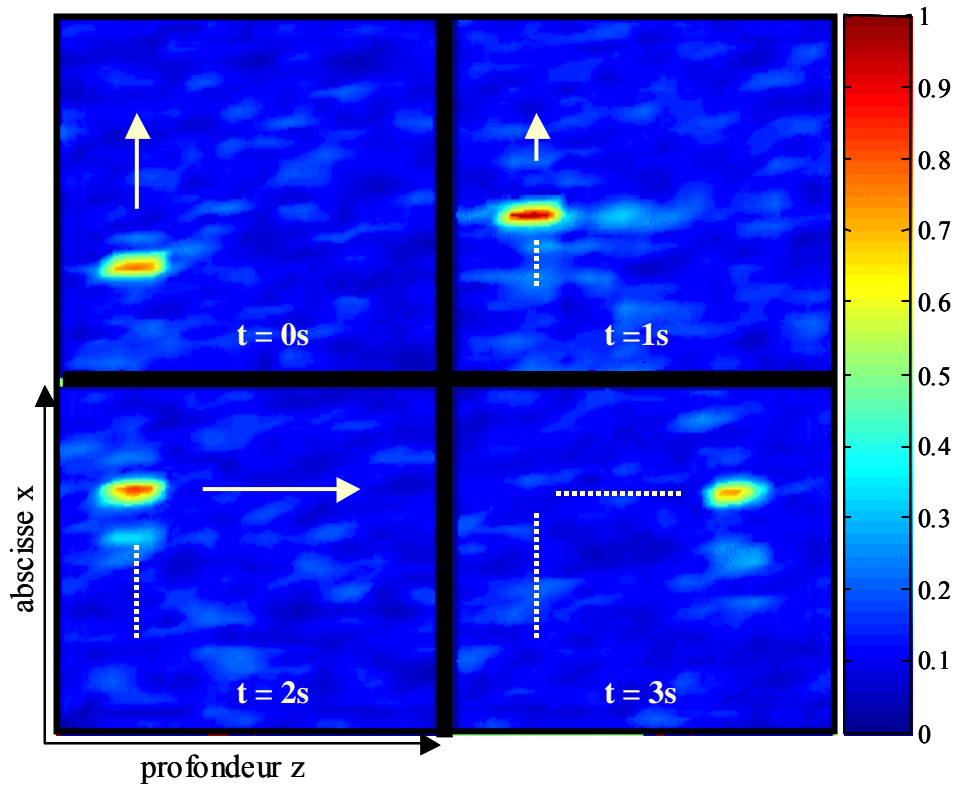


figure 4. 2. Quatre images extraites d'un film montrant le mouvement d'une source mobile pulsante. Le domaine d'observation est un carré de 50 mm de côté.

La cadence d'imagerie suivant ce procédé est limitée par le temps de réverbération de l'énergie acoustique dans la cavité. En effet il est préférable d'attendre l'extinction totale du champ acoustique avant de déclencher l'acquisition suivante pour éviter tout recouvrement des champs acoustiques qui détériorerait l'image. Dans cette expérience, le temps minimal pour que l'énergie acoustique soit totalement atténuée est estimé à  $500\mu\text{s}$ , ce qui correspond à un film dont la cadence d'image s'élèverait au maximum à 2000 images par secondes. Il faut toutefois noter que la bibliothèque contient 2500 réponses impulsionnelles (pas d'échantillonnage de la zone à imager de 1 mm), si bien que chaque image du film requiert 2500 calculs de produits d'intercorrélation de signaux de 15000 points (échantillonnage de 30MHz). Ces calculs sont confiés à un ordinateur personnel standard qui ne permet pas de les effectuer en moins de 40 ms (25 images par secondes). Néanmoins, les dernières technologies de corrélateurs montrent des cadences de calcul de l'ordre du TeraHertz, ce qui, dans la configuration expérimentale précédente, autoriserait 25000 images par secondes.

## 1.2. Mode échographique : focalisation émission-réception

Prenant pour modèle la séquence d'acquisition de signaux ultrasonores d'un échographe classique, la séquence définissant le protocole d'imagerie échographique avec la cavité réverbérante réunit les deux focalisations émission et réception.

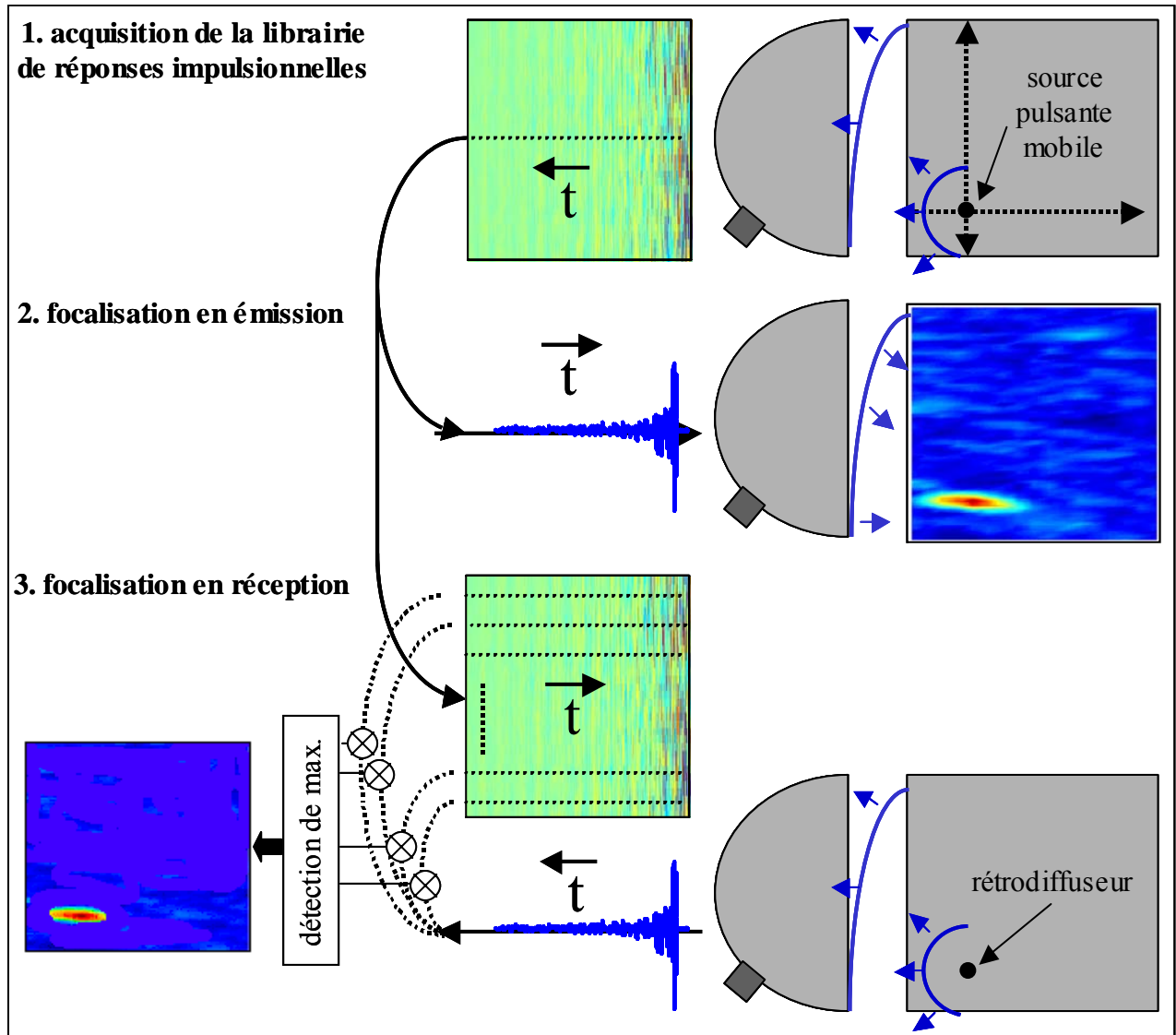


figure 4. 3. Principe de la focalisation émission-réception par Retournement Temporel avec un seul transducteur collé à une cavité réverbérante. Les focalisations présentées sur ce schéma ne sont pas issues de résultats expérimentaux.

Le protocole complet est schématisé par la figure 4.3. Il se décompose en trois étapes. La première étape (1) est l'acquisition de la bibliothèque des réponses impulsionnelles du milieu à imager (cette étape peut être simplifiée par l'exploitation du Retournement Temporel

Synthétique). La seconde (2) est la focalisation à l'émission. Si au point focal se situe un rétrodiffuseur, le pic de focalisation obtenu par recompression temporelle sera partiellement réfléchi. Le rétrodiffuseur se comporte alors, vis à vis de la cavité, comme une source émettant une impulsion. Le procédé de focalisation en réception (3) développé dans le paragraphe précédent peut alors s'appliquer : le signal fourni par le transducteur de contact est corrélé à toutes les réponses impulsionnelles de la bibliothèque. Les deux dernières étapes sont répétées pour tous les points du domaine à imager, pour finalement en former une image échographique.

Ce protocole complet d'imagerie échographique a été appliqué à la configuration expérimentale présentée par la figure 4.4. La cavité munie de son transducteur de contact est immergée dans l'eau. Dans la zone à imager est située une seule cible, constituée d'une tige métallique de diamètre de 0,8 mm.

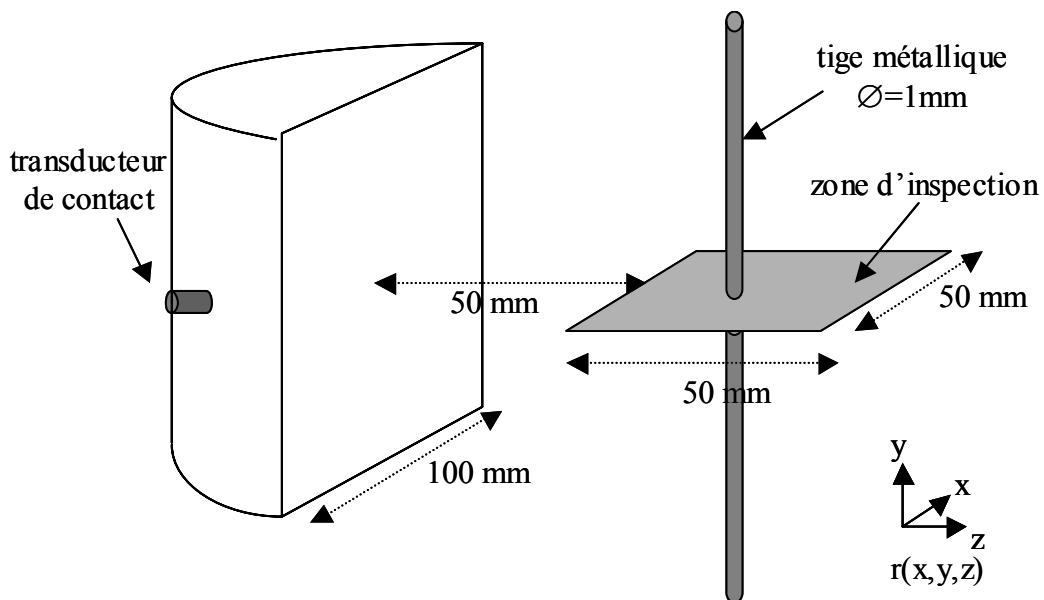


figure 4. 4. Configuration expérimentale pour valider le protocole d'imagerie échographique. La cible à imager est constituée d'une tige métallique.

Malheureusement, des résultats expérimentaux d'imagerie échographique n'ont pu être obtenus à partir de cette configuration et de ce protocole. En effet, lors de la focalisation en émission, une partie de l'énergie acoustique, injectée dans la cavité par le transducteur de contact est rayonnée dans l'eau, et le reste continue à réverbérer à l'intérieur de la cavité, même après le temps de recompression temporelle. L'onde ultrasonore réfléchie par la tige, qui pénètre de nouveau dans la cavité, se superpose donc aux réverbérations résiduelles. Des mesures annexes ont montré que l'amplitude maximale du signal détecté en un point dans

l'eau s'élève à peine à  $-30$  dB de celle de l'impulsion émise par le transducteur de contact. Cette diminution s'explique, entre autres, par les pertes induites au passage de l'interface cavité solide-eau. Dans ce mode échographique, l'émission-réception comporte deux passages par cette interface, et on estime que le signal subit une perte d'au moins 60 dB. De plus seul une partie de l'onde rayonnée par la tige est récupérée par la cavité : l'amplitude de l'écho de la tige est finalement très faible par rapport à l'amplitude des réverbérations résiduelles de la cavité. Or l'électronique utilisée code l'amplitude de la superposition de ces deux signaux au moyen d'un convertisseur analogique-numérique 8 bits, soit sur 256 niveaux (48 dB de dynamique). La sensibilité de cette électronique est donc insuffisante pour percevoir l'écho de la tige superposée à l'énergie résiduelle transitant dans la cavité. Il faudrait utiliser une électronique constituée de convertisseurs analogiques-numériques 16 bits (65536 niveaux soit 96 dB de dynamique).

Des travaux récents, menés au Laboratoire Ondes et Acoustique<sup>44</sup> ont abouti à l'image 3D d'une pièce métallique plongée dans l'eau, en exploitant le rayonnement d'une cavité chaotique suivant un protocole d'imagerie harmonique. Ce procédé a donné lieu à des images acoustiques préliminaires extrêmement prometteuses. Une cinquantaine de transducteurs focalisent l'énergie ultrasonore dans l'eau par Retournement Temporel. Au point focal, l'amplitude du pic de recompression temporelle est si forte que la seconde harmonique de chacune de ses fréquences apparaît. Ces secondes harmoniques se réfléchissent sur la cible et se propagent en direction de la cavité. Un hydrophone, dont la bande passante fréquentielle est suffisamment large pour percevoir ces harmoniques, fournit le signal de la superposition de ces écho et des réverbérations résiduelles. Un simple filtrage fréquentiel permet de distinguer l'écho de la pièce (fréquences harmoniques) des réverbérations résiduelles (fréquences fondamentales). Si ce protocole s'avère plus sophistiqué, car il nécessite l'utilisation d'un plus grand nombre de capteurs, il permet de s'affranchir du problème de l'énergie résiduelle transitant dans la cavité.

La technique de focalisation en réception par Retournement Temporel, au moyen de peu de transducteurs et d'une cavité réverbérante s'est révélée efficace et parfaitement adaptée à la localisation de sources ultrasonores. Cette technique peut aisément être étendue au processus de focalisation par Filtre Inverse. Ne pourrait-on pas envisager un plus large spectre d'applications de cette technique, en considérant d'autres fréquences, d'autres matériaux, d'autres cavités ? C'est ainsi que les deux paragraphes suivants vont exposer des applications découlant directement de ce protocole, mais dans le domaine des sons audibles.

Le premier paragraphe développe une preuve de faisabilité quant à la possible utilisation de cette technique dans le domaine biologique : la localisation du son par l'être humain.

## **2. Le crâne humain : un outil de localisation du son ?**

### **2.1. Limite de la localisation du son par temps de vol**

L'idée la plus immédiate et intuitive est que l'être humain localise les sources sonores grâce à la technique des temps de vol. Un son, émis à une distance quelconque du crâne humain, en dehors de l'axe interaural, va mettre un temps différent pour parvenir à chacune des deux oreilles, avec une intensité également différente. Si le milieu est homogène, la différence de temps entre ces deux arrivées (déphasage ou différence de temps de vol) indique l'angle d'incidence du son par rapport à l'axe interaural. Chez l'Homme<sup>45,46</sup>, le temps de réponse de l'ensemble oreille-système nerveux est de 30µs si bien que la résolution angulaire minimale de localisation du son est de 3°. Le mode de localisation dépend de la gamme de fréquence. Pour des fréquences inférieures à 1,4 kHz, le système nerveux trouve la localisation par un simple déphasage entre les oreilles. Si la fréquence est supérieure à 1,4 kHz, le système nerveux exploite également la différence d'intensité du son qui arrive aux oreilles.

L'être humain possède deux oreilles de part et d'autre de la tête. Dans un plan horizontal, le processus de localisation par temps de vol permet de déterminer l'angle d'incidence, l'azimut, du son. En revanche, comme l'indique la figure 4.5, des sons émis dans un même plan vertical observent la même différence de temps de vol quel que soit l'angle d'incidence, l'élévation. Le processus de localisation par temps de vol est donc inadapté à la détermination de l'élévation d'une source sonore. Toutefois, l'Homme est capable de sentir si le son provient d'un lieu plus bas ou plus haut que son crâne : il doit donc exploiter un autre processus de localisation pour déterminer l'élévation d'une source sonore.

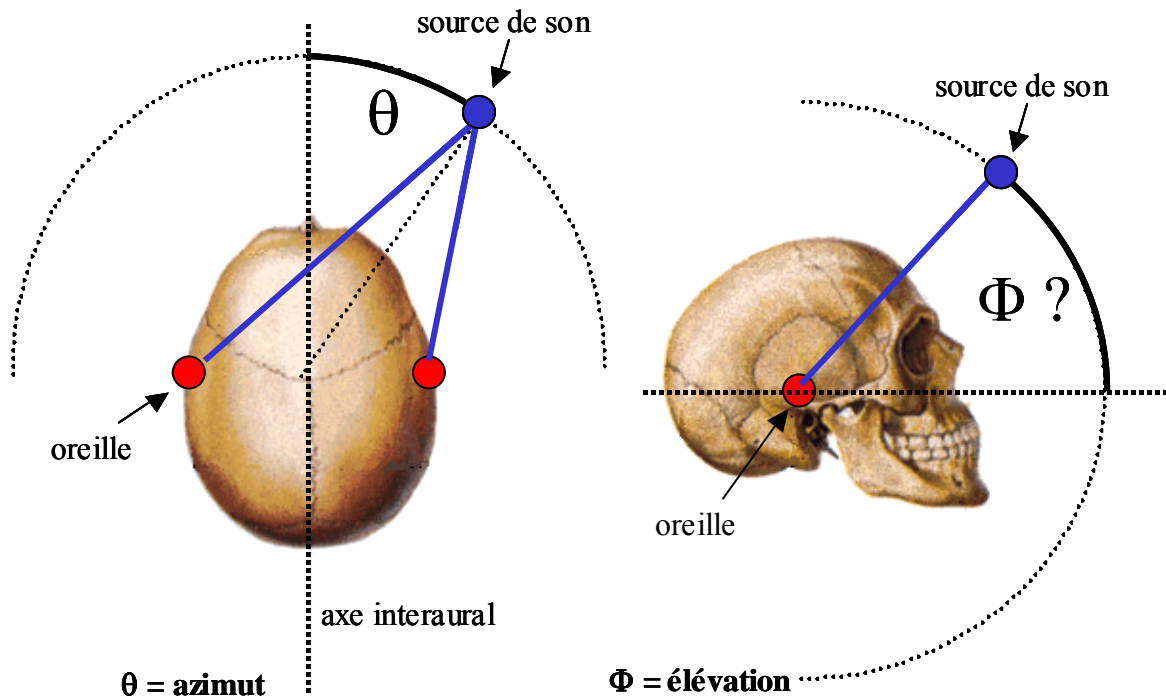


figure 4. 5. Localisation d'une source sonore par temps de vol chez l'homme. Si l'azimut est proprement déterminé, l'élévation ne peut être définie au moyen de ce procédé.

Les oreilles humaines sont des capteurs ultra-sensibles aux sons dits audibles, c'est à dire dont la fréquence s'échelonne de 20 Hz à 20000 Hz (pour le chien jusqu'à 40 kHz, et la chauve-souris 200 kHz). La figure 4.6 présente le dessin d'une oreille complète chez l'homme. Le pavillon réfléchit les sons vers le conduit auditif. Ces sons mettent en vibration le tympan (faible impédance, grande surface de 55 mm<sup>2</sup>), qui se comporte comme une membrane résonante et met à son tour en vibration la chaîne des osselets. Cette chaîne des osselets permet de transmettre la vibration aérienne au liquide de l'oreille interne (forte impédance, faible surface de 32 mm<sup>2</sup>). Elle constitue donc une sorte d'adaptation d'impédance entre l'air et le liquide de l'oreille interne pour toute la gamme de fréquence. Dans l'oreille interne, et plus particulièrement dans la cochlée qui est une sorte de colimaçon creusé dans l'os de la boîte crânienne, la vibration est transformée en signal électrique, puis transmise par les nerfs auditifs au cerveau.

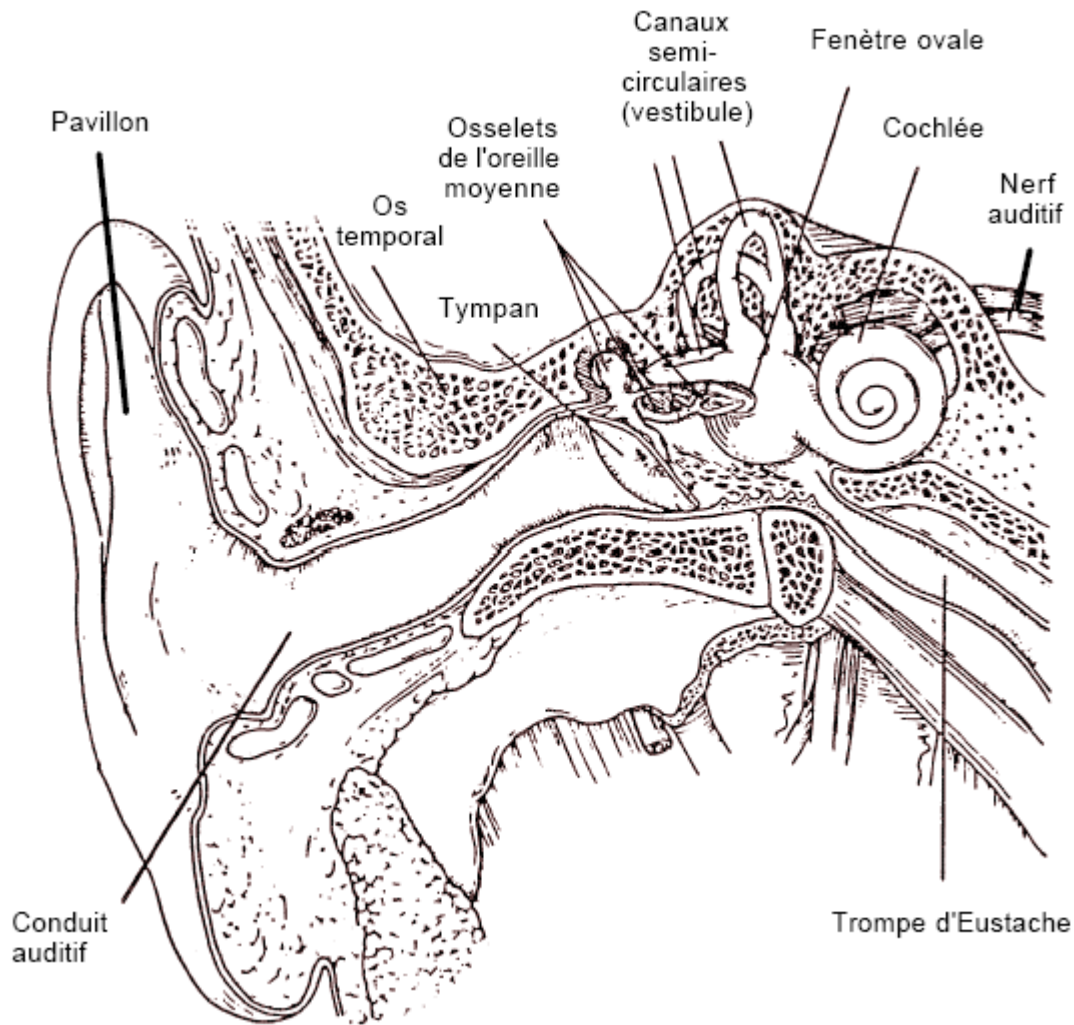


figure 4. 6. Oreille externe, moyenne et interne chez l'homme, d'après Kessel R.G. et Kardon R.H.

L'oreille interne est donc sensible aux sons qui se propagent dans l'air, mais également sensible aux vibrations de la boîte crânienne. Notre propre voix, par exemple, parvient aux oreilles internes, en se propageant principalement dans les os de notre boîte crânienne. Il est communément admis<sup>47,48,49</sup> que les vibrations des os (« bone conduction »), en particulier ceux du crâne, détériorent la localisation des sons chez les animaux. D'un autre point de vue, les os du crâne peuvent être considérés comme une cavité réverbérante sur laquelle seraient fixés deux capteurs, les oreilles. Le processus de focalisation en réception développé dans le paragraphe précédent pour une cavité solide rayonnant des ultrasons, peut être appliqué au crâne pour des fréquences audibles, ce qui permettrait une localisation, en azimut et en élévation, d'une source sonore dans l'espace.

Le protocole de focalisation en réception avec cavité rayonnante requiert l'acquisition préalable de la bibliothèque de réponses impulsionnelles du milieu à imager. On peut alors

imaginer que l'Homme est parfaitement capable de mémoriser tout au long de son existence les réponses impulsionnelles de son milieu environnant. Des chercheurs, s'intéressant aux spécificités de l'aptitude humaine à la localisation de son<sup>50,51</sup>, ont montré, par exemple, qu'un plongeur expérimenté localise plus facilement un son sous l'eau qu'un plongeur novice<sup>51,52</sup>. D'autres encore montrent qu'un mélomane a plus de facilité pour localiser précisément une source sonore qu'un homme prêtant moins d'attention à son environnement acoustique. Il semblerait donc qu'il existe un phénomène d'apprentissage chez l'Homme qui lui permet d'affiner sa capacité de localisation de source sonore.

Récemment des chercheurs<sup>53</sup> ont mis en évidence l'aptitude d'une grenouille *Xenopus* à la localisation d'insecte à la surface de l'eau. Elle utilise des capteurs le long de son corps, sensibles aux vibrations de l'eau (ondes de surface). Ces capteurs forment une antenne de taille optimale, qui lui permet de reconstituer la réponse impulsionnelle reliant la position de la source (insecte) et son corps. Ces réponses impulsionnelles sont assez complexes, à cause de la dispersion de l'onde sur la surface de l'eau, si bien que la localisation par différence de temps de vol est inadaptée. Les scientifiques ont montré que la grenouille « calculait » le filtre inverse de ces réponses impulsionnelles afin de localiser sa proie.

Certains animaux, comme les mammifères marins ou bien l'Homme, ne pourraient-ils pas, comme la grenouille *Xenopus*, exploiter un procédé plus complexe que la simple localisation par temps de vol, dans le but d'affiner leur aptitude à la localisation ?

## **2.2. Localisation de source sonore grâce au crâne**

Nous proposons donc de montrer la faisabilité d'un procédé de focalisation en réception qui met en jeu les os de la boîte crânienne. Une reproduction moulée de crâne humain est remplie d'un gel constitué de 5% d'agar-gélatine (vitesse d'onde de compression  $\sim 1500\text{m/s}$ , vitesse d'onde de cisaillement  $\sim 1\text{m/s}$ ) qui simule les propriétés acoustiques du cerveau. Deux petits accéléromètres ( $\varnothing \sim 1\text{ cm}$ ) collés sur le crâne aux lieux de chaque cochlée pour simuler les deux oreilles internes, transforment les vibrations du crâne en signal électrique. Ces capteurs présentent une sensibilité nettement moins bonne que celle des organes biologiques (en particulier chez l'homme où la sensibilité varie en fonction de la fréquence et de l'intensité sonore), mais possèdent sensiblement la même bande passante fréquentielle (100-15000 Hz). Ils sont reliés à une électronique d'acquisition (Soundscape



SS8IO-3, dynamique de 140dB) qui est pilotée par ordinateur. Comme le montre la figure 4.7, l'ensemble crâne+capteurs est suspendu à une potence pivotante (contrôle en azimuth), dans le but de minimiser les couplages avec son support. A un mètre de distance, un haut-parleur posé sur une platine réglable en hauteur permet d'émettre des ondes qui atteignent le crâne avec différentes élévations. Enfin les supports ainsi que les murs de la pièce où se situe l'expérience sont recouverts de matériau absorbant l'énergie acoustique (chambre anéchoïque), afin d'éviter tout rayonnement qui polluerait les mesures.

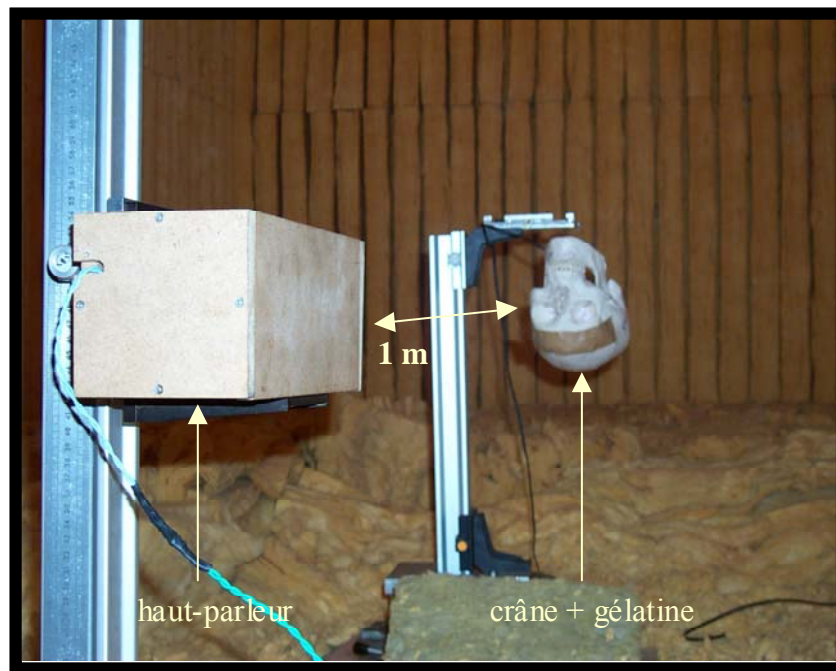


figure 4. 7. Photographie du montage expérimental. Le haut-parleur et le crâne rempli de gélatine sont distants de 1 mètre. L'expérience s'effectue en chambre anéchoïque.

Le haut-parleur (Audax TWD34H, de bande passante fréquentielle à  $-6\text{dB}$  400-15000 Hz) émet une rampe en fréquence (chirp ou vobulation) s'étalant de 200 Hz à 15 kHz. Cette technique, couramment utilisée pour améliorer le rapport signal sur bruit, permet d'exciter les vibrations du crâne avec une plus grande énergie qu'une simple impulsion. Une fois déconvolués par ce chirp, les signaux fournis par les deux accéléromètres représentent la réponse impulsionnelle reliant le champ acoustique du point source à chacun de ces deux capteurs. Une de ces réponses impulsionnelles est tracée sur la figure 4.8. Sa forme rappelle celle des signaux réverbérés dans la cavité solide excitée à 1 MHz. Il existe donc bel et bien une réverbération des ondes acoustiques audibles à l'intérieur du crâne. Ceci est confirmé par

la forme du spectre fréquentiel de cette réponse impulsionnelle, qui laisse apparaître des fréquences de résonances. Le crâne se comporte donc comme une cavité réverbérante.

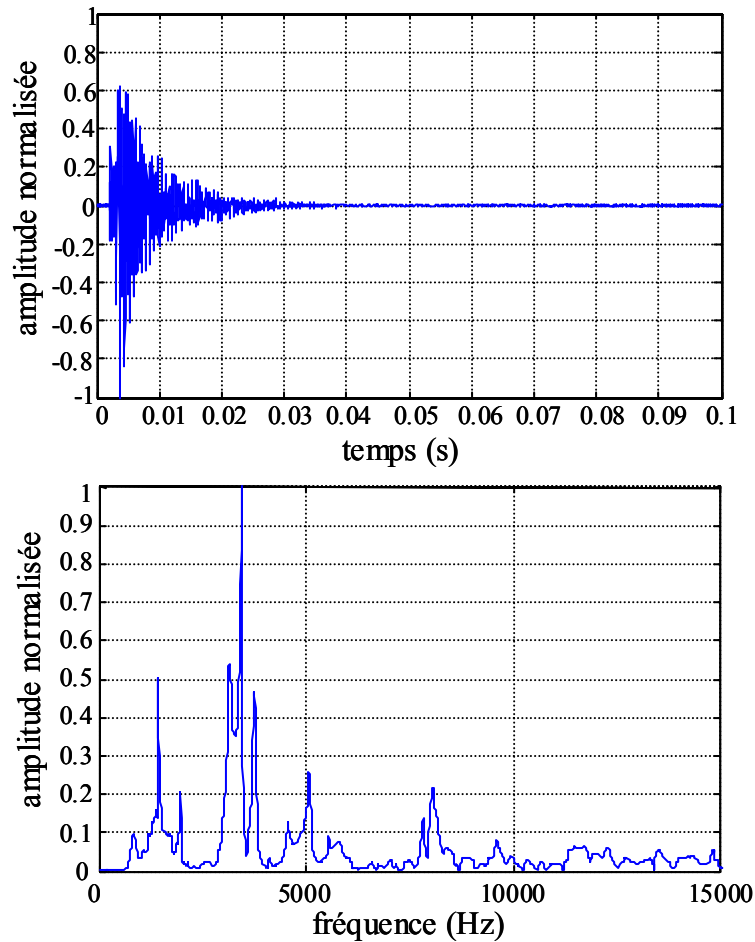


figure 4. 8. Réponse impulsionnelle de l'accéléromètre simulant l'oreille gauche et son spectre fréquentiel.

Premièrement la bibliothèque de réponses impulsionnelles est acquise sur une surface de la forme d'un quart de cylindre, comme il est schématisé sur la figure 4.9. Ensuite la source sonore est placée à une élévation de 10 cm au-dessus du plan horizontal contenant les deux capteurs, et un azimuth, angle que fait l'axe de la source avec l'axe interaural, de  $45^\circ$ . Cette source émet de nouveau une rampe fréquentielle si bien que les capteurs perçoivent une nouvelle réalisation des réponses impulsionnelles correspondantes à la position de la source. Enfin le calcul de la focalisation en réception s'effectue selon l'approche du Filtre Inverse. C'est à dire que le signal résultant du procédé de Filtre Inverse est calculé pour toutes les réponses impulsionnelles de la bibliothèque. Toute nouvelle réalisation de réponse

impulsionnelle (comme celle générée par la source sonore) est convoluée à ces signaux. Une recherche de maxima donne enfin l'amplitude du champ de la tache focale en réception.

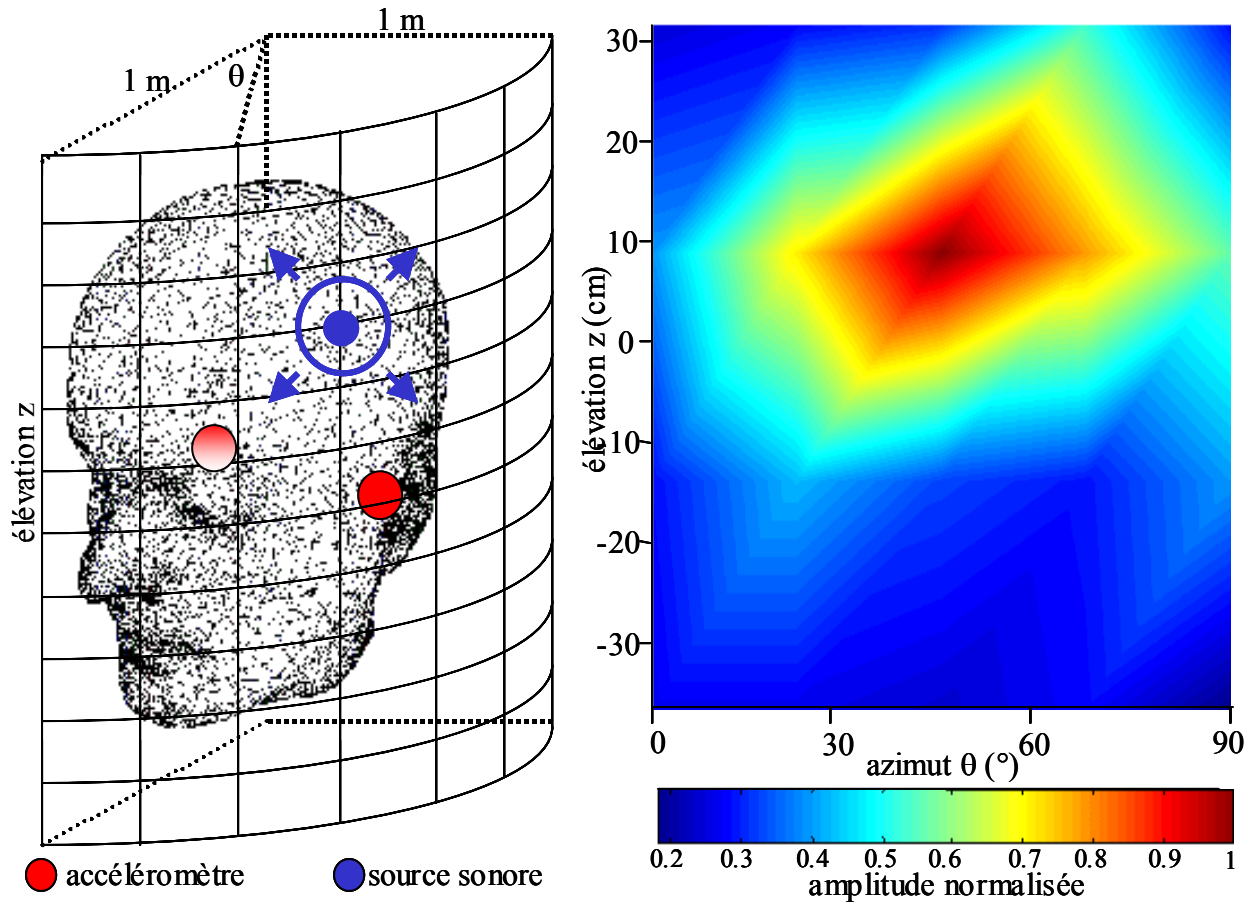


figure 4. 9. Amplitude du champ de la tache focale calculée par focalisation en réception grâce au procédé de Filtre Inverse. La source sonore est correctement localisée en azimuth et en élévation

La figure 4.9 présente le résultat expérimental de la focalisation en réception par Filtre Inverse (cf. chapitre précédent) à l'aide des deux capteurs. L'amplitude de la tache focale est normée et codée en niveaux de couleur. D'après ce résultat de focalisation, le maximum d'amplitude est donné pour une élévation  $z = 10$  cm et un azimuth  $\theta = 45^\circ$ . La source est correctement localisée, en azimuth et en élévation, à sa position réelle.

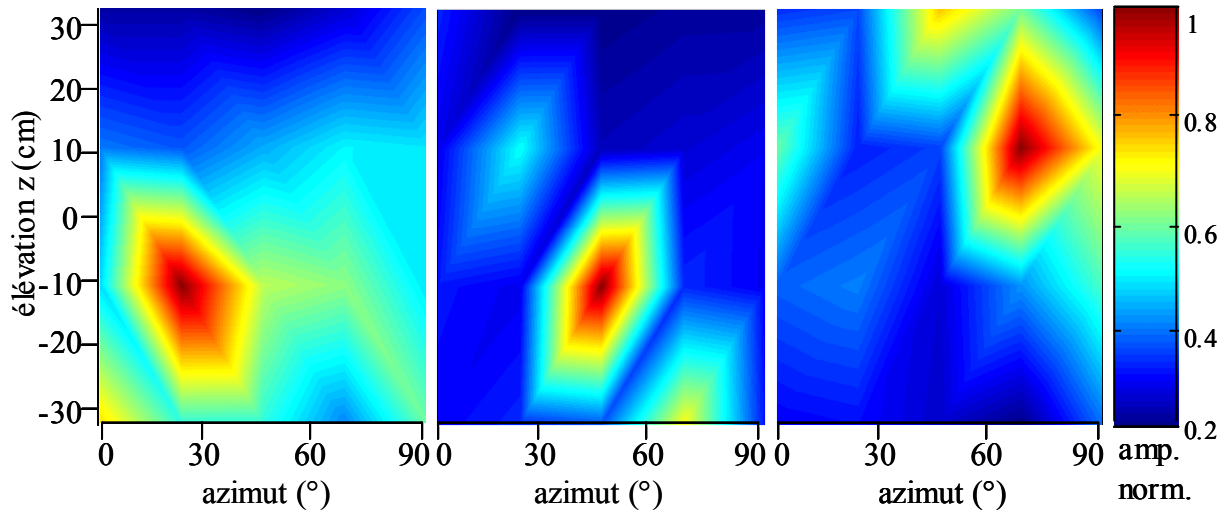


figure 4. 10. Localisation de source sonore par Filtre Inverse pour trois positions différentes de celle-ci. A chaque fois la source est correctement localisée.

La figure 4.10 présente le résultat expérimental de la focalisation en réception pour trois autres positions de la source sonore. Dans les trois cas, la source est correctement localisée, bien qu'apparaissent quelques lobes secondaires. Dans le chapitre 3, nous avons montré l'importance de la sensibilité des capteurs sur la focalisation. On peut s'attendre à ce que la sensibilité de l'oreille humaine, bien plus grande que celle de notre accéléromètre, permette d'obtenir des focalisations de meilleure qualité.

L'idée avancée dans ce paragraphe est que les réverbérations des ossatures peuvent être avantageusement exploitées grâce à une étape d'apprentissage (bibliothèque de réponses impulsionnelles), et participer à la localisation de sources sonores. Nous avons ici montré la possibilité de localiser une source sonore, en s'appuyant sur les réverbérations du crâne humain et le procédé de Filtre Inverse. Cette technique pourrait donc constituer un des éléments du processus complexe de localisation de son chez l'Homme. Peut-être pourrions-nous élargir le champ biologique et considérer les mammifères marins comme les dauphins et les bélugas. La forme si particulière de leur crâne joue peut-être un rôle dans le processus de localisation de sons.

### 3. Localisation d'impact et interface tactile

*Knock 3 Times on the Ceiling (to Turn on the DVD Player)*

*New York Times, July 1, 2004*

*By Anne Eisenberg*

*In a séance, spirits rap on a table to communicate with the living. Or so it is said. Now, in a less ethereal application, French physicists have figured out how to rap on tabletops to communicate with CD's, lights or most other nearby electric or electronic devices.*

*The inexpensive new technology has the potential to turn kitchen tables, desks, windows or other rigid surfaces into remote control panels with hundreds of touch-sensitive spots. In a home, for example, taps on a desk could be used to type and send e-mail, or to run a DVD player. On a storefront window, shoppers could tap one spot to activate a toy train or other display, another to browse through an electronic catalog. The technology uses small inexpensive sensors attached to the table or window to pick up the vibrations, which are sent to the audio input of the computer for analysis to reveal the exact location of each tap. "It's like touching an A.T.M. screen," said Alexander Sutin, a scientist at Stevens Institute of Technology in Hoboken, N.J., who does research in acoustics. "But it can be done at an ordinary desk or window."*

*The system to turn common objects into tactile screens was developed by Ros K. Ing, an associate professor at the University of Paris. Dr. Ing also heads the French company Sensitive Object, formed to exploit the technology. The new system requires only one or two sensors, devices called accelerometers that detect the vibrations. The accelerometers cost about \$2 or \$3 each, Dr. Ing said. The technology takes advantage of the precision with which sound waves can be distinguished by computer software. "When you generate a sound from one location, the sound is unique," Dr. Ing said. "If you generate another sound at another location, you can distinguish the two sounds." To create a touch panel with the new system, an area like a tabletop, for example, is divided into a grid, and the sound of a tap at each square on the grid is recorded and stored. "Then when people knock at a location," he said, "our software compares the new signal with the stored signal." The system works on wood,*

*metal, glass, plastic or plaster, Dr. Ing said, because sound in rigid objects propagates through the material without too much absorption. The software system that compares the physical parameters of sound waves runs on an ordinary PC.*

*Dr. Ing's system is an outgrowth of work he did with Mathias Fink, a physicist at the University of Paris. Dr. Fink is a shareholder in the new company. The system is based on a process known as time-reversal acoustics, in which computer programs use the information stored within sound waves to calculate their source. In time-reversal acoustics, once sound waves are analyzed and their source determined, other sound waves can be generated to converge on the source. That's one way kidney stones are treated: an ultrasound beam that scatters from a kidney stone is recorded, analyzed and time-reversed, and then more ultrasound waves are emitted to destroy the stone. In Dr. Ing's application, though, no new wave is physically generated. Instead the computer does all of the work, calculating the reverse path of the sound wave to reveal its place of origin. "This is a very clever application of time-reversal acoustics," said William Kuperman, a professor at the University of California at San Diego and president of the Acoustical Society of America. Dr. Kuperman compared the technique to putting a few sensors on the shores of a pond, and then throwing stones in. "Every spot on the lake you excite by throwing the stone will produce a unique wave pattern," he said. "And you only need a few sensors to measure this wave response," even if stones are thrown from 500 different places. Instead of using a pond, Dr. Ing and his colleagues use a desk or table. If the surface is divided into 500 boxes, Dr. Kuperman said, "It's a fancy switch with 500 levels." But unlike an ordinary switch, there are no mechanical parts to worry about. "The system is much more reliable, with nothing to break," he said, "just a few sensors at the edge." Dr. Ing has figured out a way to make a smart material, Dr. Kuperman said. "Tap it one place, it means something," he said. "Tap it elsewhere, it means something else."*

*Many other researchers are trying applications of time-reversal acoustics, including Lanbo Liu, a professor at the University of Connecticut who also does research at the Army's Cold Regions Research and Engineering Laboratory in Hanover, N.H. Dr. Liu and colleagues are using time-reversal techniques to locate the source of sounds like sniper fire in an urban environment. "Most location methods in urban environments need a line of sight," he said, "But time reversal techniques don't." In one experiment, Dr. Liu and others worked with a full-scale model village of two-story buildings. When they fired shots there, the sound waves were detected with microphones and processed by the computer to generate a backward version. Then the group propagated these simulated waves through a computer model of the*

village to locate their source and found that the simulated waves converged to points very close to where the actual shots were fired. Dr. Liu said that many new computer algorithms would need to be devised before time-reversal techniques would be fast enough to be practical. But Dr. Ing, who is working on the smaller physical scale of living rooms and storefronts rather than villages hopes to have his products on the market soon.

Dr. Sutin of Stevens Institute suggested that time-reversal applications like Dr. Ing's might eventually be common. "Now it is only an interesting scientific idea," he said. "But I hope with development that in the future it could be widely used."

**E-mail: Eisenberg@nytimes.com**

### 3.1. Principe et matériel

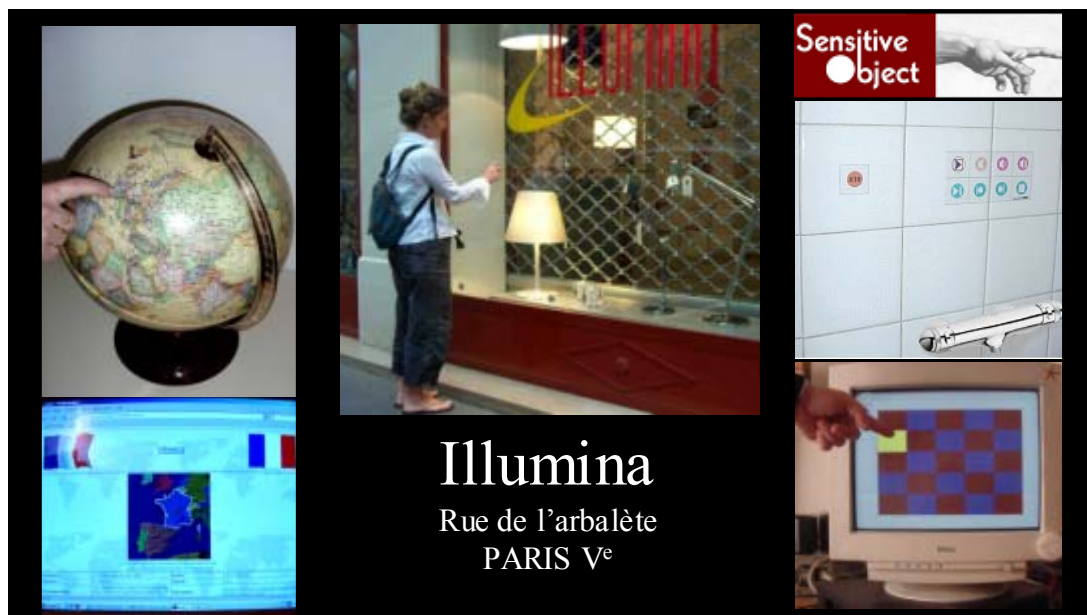


figure 4. 11. Applications de la localisation d'impact développées par Sensitive Object pour étendre l'interactivité aux objets de la vie quotidienne.

La technique de focalisation en réception peut être adaptée pour étendre l'interactivité aux objets de la vie courante. Dans cette application, la focalisation en réception permet de localiser des impacts produits par un petit coup sur un objet. Suite à la localisation de cet impact, une action associée à sa position est déclenchée par l'ordinateur. L'objet en question devient alors une interface tactile. La société *Sensitive Object*, exploitant le brevet<sup>54</sup> « procédé

pour localiser un impact sur une surface et dispositif pour la mise en œuvre de ce procédé », a pour but de développer les applications de ce procédé. Quelques-unes de celles-ci sont présentées par la figure 4.11. Un globe en plastique devient une interface tactile associée à la séquence d'événements suivants : lorsqu'un impact est produit sur un pays, une page Web s'ouvre pour donner des informations concernant le pays. La vitrine d'un magasin de luminaire possède des boutons virtuels qui permettent d'allumer ou d'éteindre les lampes de démonstration situées à l'intérieur du magasin. Enfin un écran d'ordinateur, ou l'intérieur d'une douche peut être matricé, dans le but de piloter un logiciel informatique.

Tout objet, dans lequel se propage le son, se comporte comme une cavité fermée lorsque l'on frappe à sa surface. Si la comparaison peut être faite avec la configuration expérimentale de Carsten Draeger, il faut néanmoins opérer un changement d'échelle : Carsten Draeger utilisait des plaques de silicium de taille centimétrique à l'intérieur desquelles se propagent des ultrasons ( $\sim 1$  MHz), tandis que les objets à rendre tactile (table, vitrine...) sont de l'ordre du mètre, et propagent des vibrations mécaniques de fréquences appartenant au spectre audible. Le capteur utilisé dans le procédé tactile n'est donc plus un transducteur ultrasonore, mais un accéléromètre, de type Murata®, dont la bande passante fréquentielle s'étale de 100 Hz à 15000 Hz. Il est directement connecté à l'entrée de la carte son d'un ordinateur, car celle-ci présente un échantillonnage suffisant de 44100 Hz et code proprement l'amplitude des signaux sur 16 bits. Cet accéléromètre est collé à la surface de l'objet et permet d'enregistrer les réverbérations induites par l'impact d'un doigt. En général, ces objets sont construits de plusieurs pièces si bien qu'ils sont souvent inhomogènes, anisotrope et de forme complexe du point de vue des ondes acoustiques. Ils possèdent donc les propriétés requises à la réussite du procédé de focalisation en réception avec un unique capteur (on peut toutefois noter que dans le cas d'objets plus réguliers, comme la vitrine, deux accéléromètres sont utilisés pour accroître la qualité de la focalisation).



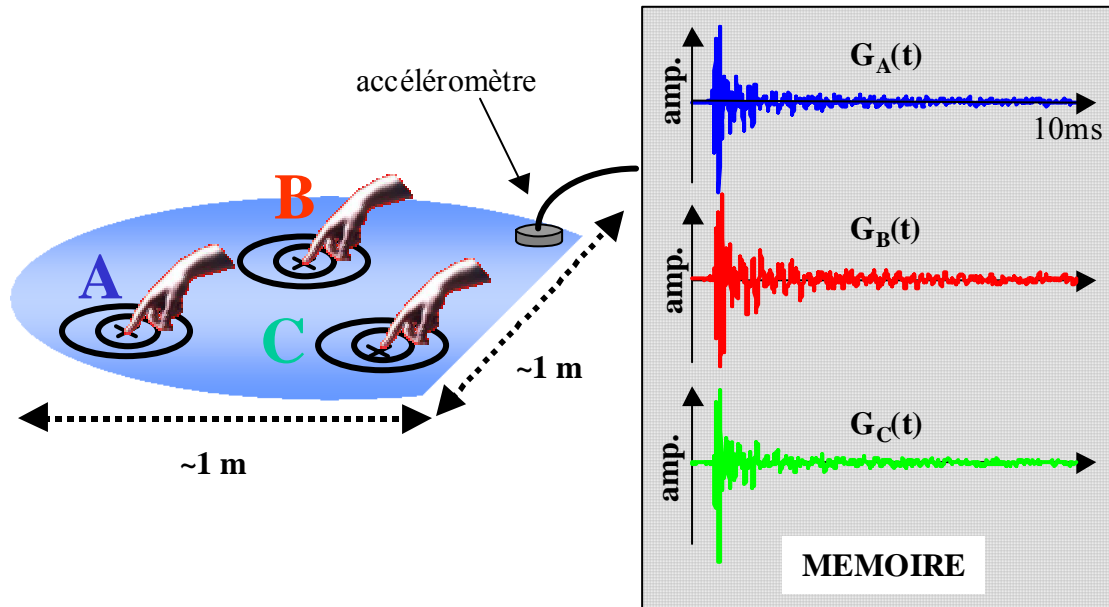


figure 4. 12. Acquisition des réponses impulsionnelles des points d'intérêt à la surface de l'objet à rendre tactile

La figure 4.12 présente la mise en mémoire de la bibliothèque contenant les réponses impulsionnelles de trois points  $G_A(t)$ ,  $G_B(t)$ ,  $G_C(t)$ . Grâce aux multiples réflexions de l'onde acoustique générée par cet impact, le signal fourni par l'accéléromètre dure entre 10 et 100ms suivant la propriété de réverbération du matériau.

Une fois cette bibliothèque de signaux enregistrée, tout nouvel impact sur un des points sera localisé grâce au procédé de focalisation en réception. Celui-ci s'effectue, classiquement, au moyen du calcul de corrélation du signal engendré par ce nouvel impact et de chaque réponse impulsionnelle de la bibliothèque. Une recherche du maximum de corrélation permet de localiser le nouvel impact parmi tous les points préalablement configurés pendant la phase d'enregistrement de la bibliothèque. Si ce nouvel impact ne se situe pas sur un de ces points, alors le niveau de corrélation reste suffisamment faible et un simple seuillage permet de lever l'indétermination. La figure 4.13 schématise le procédé de localisation d'un nouvel impact au point  $B$ .

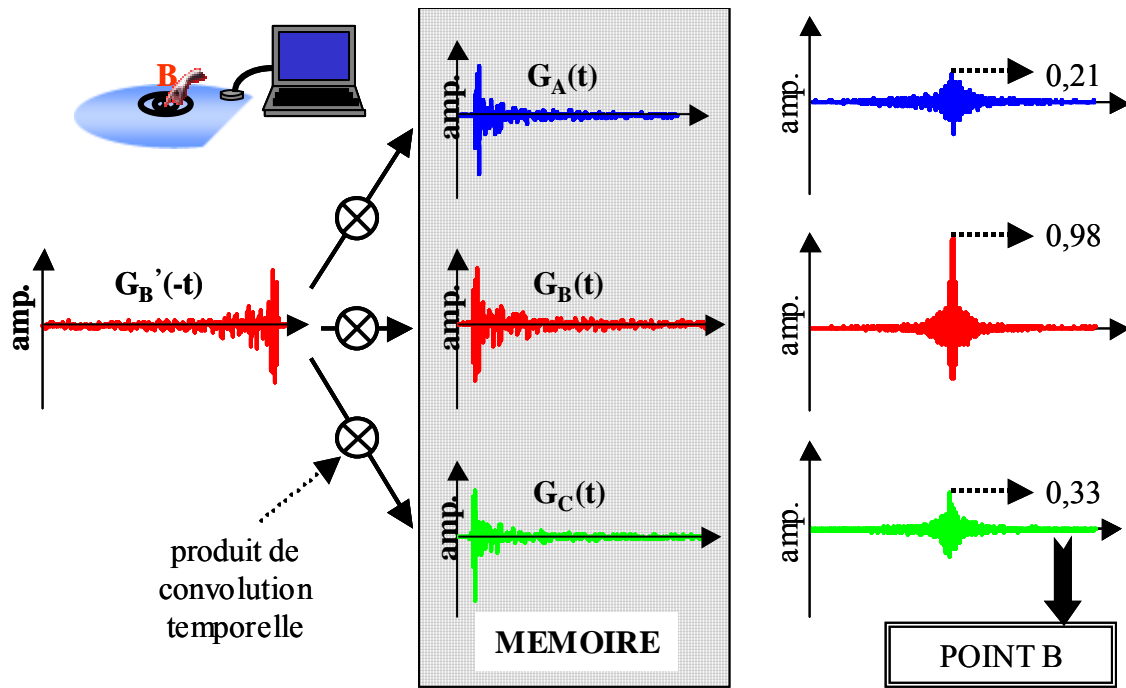


figure 4. 13. Calcul de la convolution entre le signal engendré par le nouvel impact et retourné temporellement, et chaque réponse impulsionnelle de la bibliothèque. Une recherche de maximum permet de localiser ce nouvel impact parmi les points préalablement sensibilisés.

### 3.2. Résolution et contraste

Le nombre de points potentiellement sensibles dépend de la taille de la tache focale en réception, qui elle dépend de la résolution du système solide réverbérant sur lequel est fixé le capteur.

Dans le premier chapitre, nous avons vu que la largeur de tache focale à mi-hauteur est de l'ordre de la demi-longueur d'onde quand le solide est ergodique. Si nous supposons que les objets de la vie courante possèdent la propriété d'ergodicité du point de vue des ondes acoustiques, alors nous devrions également observer des taches focales de l'ordre de la demi-longueur d'onde. Or si nous prenons l'exemple d'une vitre de verre, dont les vitesses sont de  $5600 \text{ m.s}^{-1}$  pour l'onde de compression et de  $3300 \text{ m.s}^{-1}$  pour l'onde de cisaillement, les longueurs d'ondes à 2 kHz (fréquence moyenne) sont respectivement de 2,8 m et de 1,65 m. Sur un objet de taille métrique, une seule tache focale serait observée : nous serions donc capables de ne configurer qu'un bouton virtuel, alors qu'expérimentalement, sur une plaque de verre, plusieurs taches focales sont distinguées.

Pour lever ce paradoxe, il faut tenir compte de la nature des ondes qui se propagent dans le solide. La plupart des objets de la vie courante sont constitués de plaques assemblées. Or dans ces plaques, ce sont les ondes de Lamb qui se propagent selon des modes bien définis. En particulier, le mode de flexion  $A_0$  se propage dans une plaque à des vitesses relativement lentes par rapport aux vitesses inhérentes au matériau qui la compose et se montre fortement dispersif, si bien que même à basse fréquence (fréquences du spectre audible dans notre cas), la longueur d'onde d'un tel mode reste petite, de taille centimétrique, devant celle d'une propagation en espace libre, de taille métrique. Ros Kiri Ing et Mathias Fink<sup>9</sup> ont montré les premiers, dans le domaine des ondes ultrasonores, comment cette dispersion améliore la résolution du processus de focalisation par Retournement Temporel, amélioration qualifiée alors d'hyper-focalisation.

Cette résolution peut encore être améliorée, comme nous l'avons vu dans le chapitre 3, grâce à un procédé de focalisation plus sophistiqué. Le processus de Filtre Inverse améliore la résolution et le rapport signal sur bruit de la focalisation en exploitant judicieusement les modes propres de vibration de la cavité. Cette idée est exploitée à l'extrême en créant un Filtre Inverse en réception idéal : le traitement de la phase. Le principe du filtre inverse consiste à pondérer chaque mode propre l'inverse de son énergie si bien que lors de sa repropagation les modes participeront tous avec un même poids à la focalisation. Le facteur d'aplatissement tend alors vers une valeur de 1,4. Dans le traitement par la phase, l'amplitude de tous les modes propres de vibration est normée à l'unité, aussi bien ceux des réponses impulsionnelles de la bibliothèque que ceux des signaux engendrés par les nouveaux impacts. Seule l'information de phase des modes propres est exploitée, si bien que le facteur d'aplatissement atteint sa valeur limite de 1. Comme le rapport signal sur bruit est inversement proportionnel au facteur d'aplatissement (cf. chapitre 3), celui-ci atteint son niveau optimal grâce au traitement par la phase.

### Exemple d'une plaque de verre

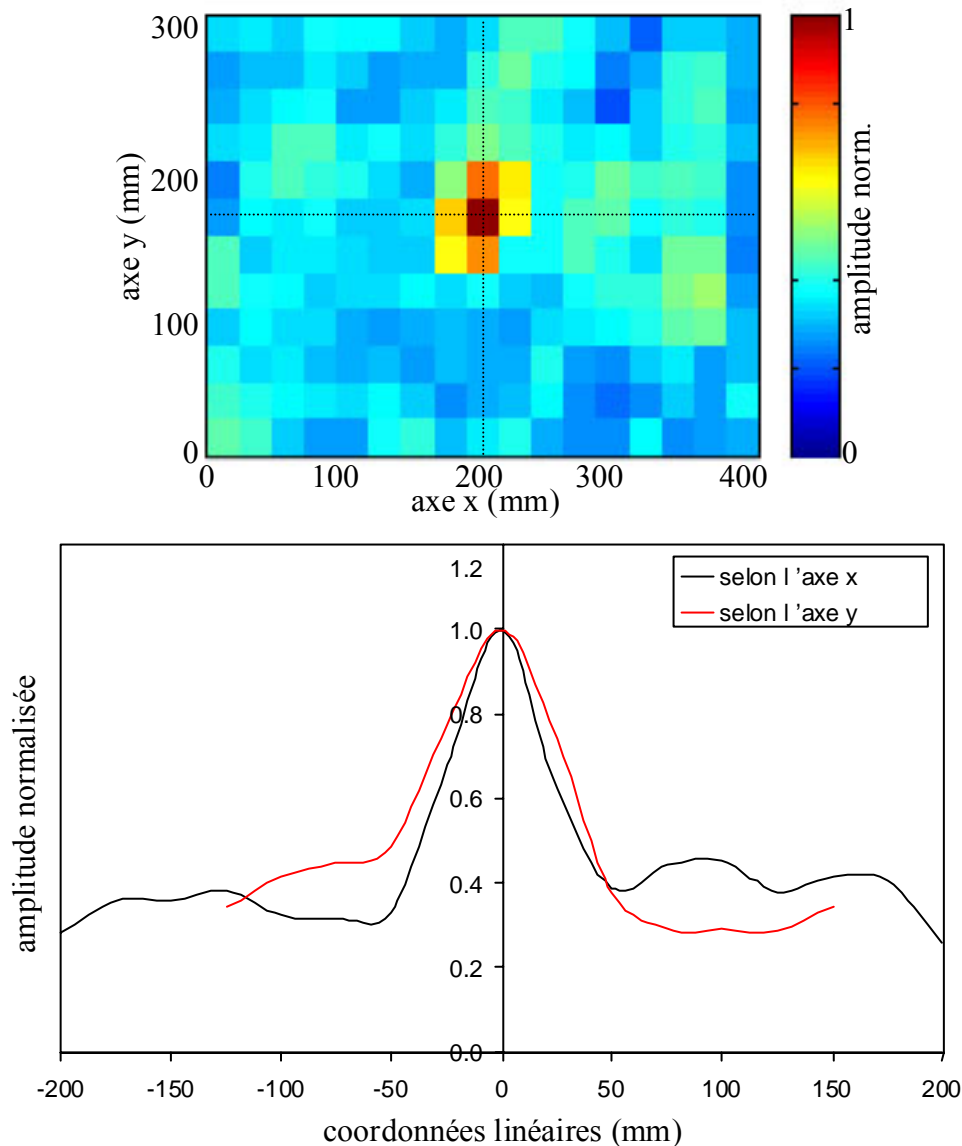


figure 4. 14. Localisation d'un impact sur une plaque de verre par focalisation en réception grâce au traitement de la phase. La figure du dessus présente le maximum de corrélation entre le signal engendré par l'impact et chaque réponse impulsionnelle de la bibliothèque et celle du dessous montre les deux profils de cette tache focale selon les deux axes x et y.

Une plaque de verre de 10 mm d'épaisseur est décomposée en 17 x 12 points de caractérisation, comme le montre la figure 4.14. La tache focale en réception obtenue par traitement de la phase (figure du haut) peut être interprétée comme la probabilité de présence de l'impact. L'impact est correctement localisé (probabilité maximale) et les lobes latéraux de

focalisation sont relativement faible ( $\sim 10\text{dB}$  en moyenne). Les profils de la tache focale selon l'axe  $x$  et  $y$  montrent une largeur de tache focale à mi-hauteur de 100 mm. Selon le critère de résolution, deux points sont distingués lorsqu'ils sont séparés d'au moins cette largeur à mi-hauteur, ce qui confère une résolution telle que la plaque de verre peut être décomposée suivant une grille de  $4 \times 3$  points sensibles distincts.

## **4. Conclusion**

Un protocole de focalisation en réception par Retournement Temporel avec un seul transducteur a été développé dans le but de localiser des sources ultrasonores. Ce protocole exploite le rayonnement acoustique d'une cavité réverbérante et nécessite l'acquisition préalable d'une bibliothèque de réponses impulsionnelles.

En remplaçant le transducteur ultrasonore par un accéléromètre, cette technique a été adaptée à la localisation de sons pour les fréquences audibles. En particulier, nous avons montré comment le crâne humain joue le rôle d'une cavité réverbérante et proposé qu'il pourrait participer au processus de la localisation.

Toujours dans le domaine des fréquences audibles, cette technique de focalisation en réception est utilisée pour localiser des impacts, en particulier des impacts générés par un doigt tapant à la surface d'un objet quelconque. Pour cette application, une technique de traitement de la phase a été développée, dans le but d'accroître la qualité de focalisation. Si à une position d'impact, on assigne une séquence d'actions prédéfinies, alors l'objet devient une interface tactile.

Une étude deviendra inévitable par la suite : la robustesse du procédé de focalisation par Retournement Temporel ou Filtre Inverse avec une cavité réverbérante. En effet la focalisation repose sur la réciprocité spatiale du milieu. Si celui-ci est modifié par altération du matériau, changement de conditions climatiques ou encore usure naturelle, la focalisation se dégrade. Dans quelle mesure un procédé de traitement du signal pourra-t-il corriger ces effets néfastes ?

## **Conclusion**



## *Conclusion*

Le processus de focalisation d'ondes ultrasonores développé dans cette thèse, repose sur une vision particulière de la propagation des ondes. Dans les processus de focalisation classique, les aberrations, les hétérogénéités, et autres diffuseurs contenus dans le milieu de propagation, sont considérés comme des éléments perturbateurs qui détériorent la focalisation. En revanche, ces éléments et leurs influences sur la propagation des ondes sont exploitées par le processus de focalisation par Retournement Temporel, et dans certains cas, apportent une amélioration de la qualité de la focalisation.

Dans une situation extrême, le Retournement Temporel permet de focaliser des ondes acoustiques au sein d'une cavité réverbérante, à l'aide d'un unique transducteur. Cette propriété est exploitée et adaptée au cas d'une cavité qui rayonne une partie de l'énergie acoustique dans le milieu à explorer. C'est par l'intermédiaire des fuites de cette cavité que l'on peut focaliser les ondes acoustiques en n'importe quel point d'un volume 3D extérieur, au moyen d'un seul transducteur. La résolution est directement reliée aux dimensions de la face avant de la cavité, qui devient alors l'ouverture rayonnante de la sonde. Le contraste de la focalisation est quant à lui relié aux paramètres physiques du système : la bande passante fréquentielle et la sensibilité du transducteur, la durée du signal d'émission, ainsi que les paramètres de la cavité comme le temps d'atténuation, le temps de Heisenberg. Le rôle important de la sensibilité du système d'acquisition a également été démontré, mais il reste à relier théoriquement ce paramètre au contraste. Ainsi la configuration minimale, en terme de durée de signal et de nombre de transducteurs, permettant d'atteindre le contraste maximal pourrait systématiquement être déterminée pour toute sorte de cavité et tout type de transducteur. Une des perspectives théoriques de ce travail est l'intégration, dans l'analyse théorique du contraste, d'un modèle d'atténuation plus complexe.

Puis le contraste de la focalisation est amélioré par deux moyens différents. La première amélioration est obtenue grâce à un procédé de focalisation par Filtre Inverse spatio-temporel, qui exploite de manière optimale les modes propres de vibration de la cavité. La seconde amélioration a été obtenue grâce à l'utilisation de plusieurs transducteurs identiques. Une voie d'étude conduisant à l'amélioration du contraste serait l'utilisation de transducteurs de bandes passantes fréquentielles distinctes, afin d'accroître la bande passante globale du système.

Cette technique a révélé son potentiel dans le procédé de localisation de source, par focalisation en réception, appliqué dans trois domaines différents. Premièrement, une source ultrasonore est localisée à l'aide d'un seul transducteur et de la cavité solide. Puis, en appliquant cette technique dans une gamme de fréquences audibles, nous avons montré



## *Conclusion*

comment le crâne humain joue le rôle d'une cavité réverbérante et pourrait participer au processus de localisation de son par l'Homme. Enfin, cette technique est utilisée pour localiser des impacts. En particulier, nous avons développé un système de localisation d'impacts générés par le contact d'un doigt à la surface d'un objet, qui permet de transformer tout objet de la vie quotidienne en interface tactile.

## **Bibliographie**



## Bibliographie

1. J. Perez et J-Michel Alimi, *La singularité voilée*, Pour la science, **298**, pp. 62-67 (2002)
2. D. Cassereau, M. Fink, *Time reversal of ultrasonic fields-PartIII : theory of the closed Time-Reversal cavity*, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec Control, **39**(5), pp.579-592 (1992)
3. J.-L. Thomas, F. Wu and M. Fink, *Time reversal focusing applied to lithotripsy*, Ultrasonic Imaging **18**, pp 106-121, 1996
4. E. Kerbrat, C. Prada, D. Cassereau and M. Fink, *Ultrasonic Nondestructive Testing of Scattering Media using the Decomposition of the Time Reversal Operator*, IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., Freq. Contr. **49** (8), pp 1103-1113, 2002
5. E. Kerbrat, C. Prada, D. Cassereau and M. Fink, *Imaging in the presence of Grain Noise using the Decomposition of the Time Reversal Operator*, J. Acoust. Soc. Am. **113** (3), pp 1230-1240, 2003
6. M. Pernot, J.-F. Aubry, M. Tanter, J.-L. Thomas, M. Fink, *High power transcranial beam steering for ultrasonic brain therapy*, Physics in Medicine and Biology **48** (16), pp 2577-2589, 2003
7. J.-F. Aubry, M. Tanter, J.-L. Thomas, M. Pernot, M. Fink, *Experimental demonstration of non invasive transskull adaptive focusing based on prior CT scans*, J. Acoust. Soc. Am. **113** (1), pp 84-94, 2003
8. P. Roux, B. Roman, an M. Fink, *Time-reversal in an ultrasonic waveguide*, Appl; Phys. Let. **70** (14), pp. 1811-1813
9. R. K. Ing and M. Fink, *Time reversed Lamb waves*, IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., Freq. Contr. **45** (4), pp. 1032-1043, 1998
10. R. K. Ing and M. Fink, *Ultrasonic Imaging Using Spatio-Temporal Matched Field (STMF) Processing – Applications to liquid and Solid Waveguides*, IEEE Trans. Ultrason., Ferroelec., Freq. Contr. **48** (2), pp. 374-386, 2001

## Bibliographie

11. W. A. Kuperman, W. S. Hodgkiss, H. C. Song, T. Akal, C. Ferla, and D. Jackson, *Phase conjugation in the ocean: Experimental demonstration of an acoustic time-reversal mirror*, J. Acoust. Soc. Am., vol. **103**(6), pp. 25–40, 1998.
12. E. Larose, L. Margerin, B.A. van Tiggelen, M. Campillo, *Weak Localization of Seismic Waves*, Phys. Rev. Lett. **93** (4), 048501 (2004)
13. L. Margerin, M. Campillo and B. Van Tiggelen, *Coherent backscattering of scalar waves in the near field*, Geophysical Journal **145**(3), pp. 593-603, (2001)
14. W. B. Joyce, *Sabine's reverberation time and ergodic auditoriums*, J. Acoust. Soc. Am., **58**(3), pp. 643-655 (1975)
15. C. Draeger, M. Fink, *One channel time reversal of elastic waves in a 2D silicon cavity*, Phys. Rev. Let., **79**(3), pp. 407-410 (1997)
16. A. Derode, A. Tourin, and M. Fink, *Random multiple scattering of ultrasound. II. Is the time reversal a self-averaging process?*, Phys. Rev. E, **64**, 036606-1 036606-13 (2001)
17. W.B. Joyce, *Sabine's reverberation time and ergodic auditoriums*, J. Acoust. Soc. Am., **58**(3), pp. 643-655 (1975)
18. M.V. Berry, *Regular and irregular semiclassical wavefunctions*, J. Phys. A.: Math. Gen., **10**(12), pp.2083-2091 (1977)
19. S.W. McDonald and A.N. Kaufman, *Spectrum and eigenfunctions for a Hamiltonian with Stochastic Trajectories*, Phys. Rev. Let., **42**(18), pp.1189-1191 (1979)
20. M.V. Berry, *Regularity and Chaos in classical mechanics, illustrated by three deformations of a circular billiard*, Eur. J. Phys., **2**, pp.91-102 (1981)
21. J.-P. Eckman and D. Ruelle, *Ergodic theory of chaos and strange attractors*, Rev. Mod. Phys., **57**(3), pp.617-656 (1985)

## Bibliographie

22. S.W. McDonald and A.N. Kaufman, *Wave chaos in the stadium: Statistical properties of short-wave solutions of the Helmholtz equation*, Phys. Rev. A, **37**(8), pp.3067-3086 (1988)
23. R.L. Weaver, *Spectral statistics in elastodynamics*, J. Acoust. Soc. Am., **85**(3), pp. 1005-1013 (1989)
24. C. Ellegaard, T. Guhr, K. Lindenmann, H.Q. Lorensen, J. Nygard and M. Oxborrow, *Spectral Statistics of Acoustic Resonances in Aluminium Blocks*, Phys. Rev. Let., **75**(8), pp.1546-1549 (1995)
25. J. Burkhardt and R.L. Weaver, *Spectral statistics in damped systems. PartI. Modal decay rate statistics*, J. Acoust. Soc. Am., **100**(1), pp. 320-326 (1996)
26. J. Burkhardt and R.L. Weaver, *Spectral statistics in damped systems. PartII. Spectral density fluctuations*, J. Acoust. Soc. Am., **100**(1), pp. 327-334 (1996)
27. O.I. Lobkis and R.L. Weaver, *Complex modal statistics in a reverberant dissipative body*, J. Acoust. Soc. Am., **108**(4), pp. 1480-1485 (2000)
28. A. Derode, A. Tourin, M. Fink, *Ultrasonic pulse compression with one bit time reversal through multiple scattering*, J.App.Phys.,**85**(9), pp. 6343-6352 (1999)
29. G. S. Kino, *Acoustic Waves : devices, imaging, and analog signal processing*, Prentice Hall
30. D. Royer, E. Dieulesaint, *Mesures Optiques de déplacement d'amplitude  $10^{-4}$  à  $10^2$  Angström*, Revue Phys. Appl., 24, pp. 833-846 (1989)
31. A. Derode, A. Tourin, and M. Fink, *Limits of time-reversal focusing through multiple scattering : Long-range correlation*, J. Acoust. Soc. Am., vol. **107**(6), pp. 1–12, 1998.
32. W. C. Sabine, *Architectural Acoustics*, Part I

## Bibliographie

33. F. Mortessagne, *Dynamique et interférences géométriques dans les billards chaotique*, manuscrit de thèse Paris VII (1994)
34. O.I. Lobkis and R.L. Weaver, *Complex modal statistics in a reverberant dissipative body*, J. Acoust. Soc. Am., **108**(4), pp. 1480-1485 (2000)
35. D. Cohen, *Periodic orbits, breaktime and localization*, J. Phys. A : Math. Gen.**31**, pp. 277-287 (1998)
36. C. Draeger, M. Fink, *One channel time reversal in chaotic cavities: theoretical limits*, J. Acoust. Soc. Am., **105**(2), pp. 611-617 (1999)
37. C. Draeger, M. Fink, *One channel time reversal in chaotic cavities: experimental results*, J. Acoust. Soc. Am., **105**(2), pp. 618-625 (1999)
38. J. de Rosny, *Milieux réverbérants et réversibilité*, manuscrit de thèse, université Paris VI (2000)
39. M. Tanter, J.-F. Aubry, J. Gerber, J.-L. Thomas and M. Fink, *Optimal focusing by spatio-temporal inverse filter. I. Basic principles*, J. Acoust. Soc. Am., **110**(1), pp. 37-47 (2001)
40. J.-F. Aubry, M. Tanter, J. Gerber, J.-L. Thomas and M. Fink, *Optimal focusing by spatio-temporal inverse filter. II. Experiments. Application to focusing through absorbing and reverberating media*, J. Acoust. Soc. Am., **110**(1), pp. 48-58 (2001)
41. Mehta M., *Random Matrices*. Academic Press, San Diego, second edition, (1991)
42. T.A Brody, J. Flores, J.B. French, P.A. Mello, A. Pandey, S.S.M. Wong, *Random matrix physics : spectrum and strength fluctuations*, Rev. Mod. Phys., **53** (3), pp. 385-479 (1981)
43. C. Dorme, M. Fink, *Focusing in transmit-receive mode through inhomogeneous media : the time reversal matched filter approach*, J. Acoust. Soc. Am., **98**(2), pp. 1155-1162 (1995)

## Bibliographie

44. G. Montaldo, D. Palacio, M. Tanter and M. Fink, *The time reversal kaleidoscope: a new concept of smart transducers for 3d ultrasonic imaging*, Appl. Phys. Lett. **84** (19), pp. 3879-3881, 2004
45. R. Romand, *Le système auditif central : anatomie et physiologie*, ed. INSERM/SFA, ISBN 2855985250, 1992
46. Mills, A.W., *On the minimum audible angle*, J. Acoust. Soc. Am., **30**, 237-246, (1958)
47. Purves, P.E. & Pilleri, G.E., *Echolocation in whales and dolphins*, London, Academic Press. (1983)
48. Pour la Science, *A l'écoute de la baleine*, Octobre 2004, p. 17.
49. S. Nummela, J.G.M. Thewissen, S. Bajpal, S.T. Hussain and K. Kumar, *Eocene evolution of whale hearing*, Nature, 430, pp.776-778, (12 Août 2004)
50. J. Vliegen and A. J. van Opstal, *The influence of duration and level on human sound localization*, J. Acoust. Soc. Am., **115**(4), pp. 1705-1713 (2004)
51. Stouffer, J.L., Doherty, E.T. & Hollien, H., *Effect of training on human underwater sound localization ability*, J. Acoust. Soc. Am., **57**(5), pp. 1212-1213, (1975)
52. Savel, S., *Audition sous-marine: comment améliorer nos compétences auditives*, mémoire de maîtrise, réalisé sous la direction du Professeur C. Drake, Université René Descartes Paris (1996)
53. J.-M. P. Franosh, M. C. Sobotka, A. Elepfandt, and J. L. van Hemmen, *Minimal Model of Prey Localization through the Lateral-Line System*, Phys. Rev. Lett., **91**(15), pp. 1-4
54. brevet N° FR2841022, *procédé pour localiser un impact sur une surface et dispositif pour la mise en œuvre de ce procédé*, inventeurs: M. Fink, R. K. Ing, S. Catheline et N. Quieffin, déposants: ESPCI (FR); CNRS, Université PARIS 6 et Université PARIS 7



